小澤徹氏の文部科学大臣表彰科学技術賞受賞に寄せて

早稲田大学基幹理工学部・東北大学数理科学共創社会センター
小薗　英雄

早稲田大学理工学術院教授の小澤徹氏が，令和 8 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰科学技術賞（研究部門）を受賞されました．受賞業績名は「非線型分散型方程式に対する修正エネルギー法の研究」です．非線型偏微分方程式と数理物理学の研究を長年にわたって進め，多くの研究者を育ててこられた小澤氏のご受賞を，心よりお祝い申し上げます．本稿では，今回の受賞業績の背景とその数学的意義を紹介するとともに，後進の育成におけるご貢献にも触れたいと思います．小澤氏は，1984 年に早稲田大学理工学部物理学科を卒業し，京都大学大学院理学研究科数理解析専攻に進まれ，1990 年に京都大学より理学博士の学位を取得されました．名古屋大学理学部助手，京都大学数理解析研究所助手を経て，1992 年に北海道大学に赴任され，1995 年には 33 歳の若さで同大学大学院理学研究科教授に就任されています．2008 年からは早稲田大学理工学術院教授として研究・教育に携わっておられます．1998 年には「非線形シュレディンガー方程式の研究」により日本数学会賞春季賞を受賞されており，今回の受賞は，その後も続く研究の深化を示すものとして，大変喜ばしく思います．

非線型分散型方程式は，波長によって伝わる速さが異なるという分散の性質と，波の振幅などに依存する非線型の相互作用を併せ持つ方程式です．量子力学や非線型光学，プラズマ物理などに現れる多くのモデルが，この枠組みに含まれます．小澤氏は，非線型シュレディンガー方程式をはじめ，クライン・ゴルドン方程式，ディラック方程式，ザハロフ方程式系などを対象に，解の存在と一意性，時間大域的な挙動，散乱や特異性の形成といった問題に取り組んでこられました．これらは，物理現象を記述する方程式がどのような意味で解を持ち，その解が何を予言するのかという，数理物理学の根本にかかわる問いです．初期の状態が与えられたとき，その後の状態を短い時間だけ決定できても，それだけで現象を長時間にわたって理解できるとは限りません．解をいつまでも延長できるのか，途中で特異性が生じるのかを判定するためには，解の大きさや滑らかさを表す量の時間変化を，方程式そのものから評価する必要があります．そのための基本的な手法がエネルギー法です．物理的なエネルギーの保存は強力な手掛かりですが，保存量だけで，解の高階微分まで十分に制御できるとは限りません．非線型項を微分す

ると複数の微分を含む項が現れ，個々の項をそのまま評価しては，必要な見積りが得られないことがあります．

ここで重要になるのが，今回の受賞業績である修正エネルギー法です．解の高階微分の大きさを測る量に，方程式の非線型構造に応じた補正項を加え，その時間微分に現れる扱いにくい項を相殺させます．補正後の量によって元の高階微分も評価でき，しかもその増大を制御できれば，解の滑らかさが有限時間で失われることを防ぐ道が開けます．どの補正項を選べばよいかは方程式ごとに異なり，部分積分や非線型項の組合せを通じて，隠れていた相殺を見いだす必要があります．既存の保存量を用いるだけでなく，証明に必要な量を方程式の構造から作り出すところに，この方法の本質があります．

その具体例として，Nicola Visciglia 氏との共同研究［1］が挙げられます．この研究では，適切な高階のエネルギーを導入し，Brézis–Gallouët の不等式と組み合わせることで，2 次元領域上の非線型シュレディンガー方程式と 1 次元の非線型半波動方程式について，4 次の非線型項を扱う理論を展開されました．特に，分散型方程式の解析で広く用いられる Strichartz 評価によらず，エネルギー評価を中心に議論を進められる点に，方法としての意義があります．空間全体の場合に使える解析手法が，境界を持つ領域でも同じように使えるとは限らないことを考えると，方程式の構造に直接立ち戻るこの視点の重要性がわかります．

富岡健太氏との共同研究［2，3］も，この方法の展開を示す成果です．ザハロフ方程式系は，プラズマ中の異なる波の相互作用を記述する連立方程式です．2 次元領域における研究［2］では，初期値に適切な条件を課した上で，大域解の存在と一意性を示されています．近似解の一様評価と，近似解列がコーシー列となることの証明を通じて解を構成する点も特徴的です．さらに，シュレディンガー・改良ブシネスク系の研究［3］では，初期値の小ささを仮定しない大域的な強解の構成と，追加の小ささの条件の下で改良項の係数を零に近づけたときのザハロフ系への収束を扱われました．修正エネルギーによる高階の評価は，連立系の解析にも有効に働いています．これらの成果の魅力は，個々の方程式に対する存在定理とともに，その証明が新たな問題に向かうための手掛かりを与えていることにあります．保存則で制御できる部分と，さらに工夫を要する部分を見極め，非線型相互作用を組み込んだ量を設計する．その考え方は，方程式の具体的な形に即して計算を尽くすことと，そこから他の問題にも通じる方法を取り出すことの，双方を求めるものです．小澤氏の研究は，エネルギー法という基本的な手法に，なお豊かな発展の余地があることを示しています．

小澤氏の業績は，今回の受賞対象にとどまりません．例えば，1 次元非線型シュレディンガー方程式の長距離散乱に関する研究［4］では，長時間にわたり蓄積する非線型相互作用を考慮した修正波動作用素を構成されています．自由な波との単純な比較では捉えきれない漸近挙動を，位相の補正を通じて記述する研究です．修正エネルギーとは異なる対象への工夫ですが，方程式の構造を丁寧に読み取り，解の挙動を測るための適切な道具を選び直すという姿勢を，ここにも見ることができます．

研究業績と併せて，ぜひ記しておきたいのが，博士課程の学生の指導を通じた後進の育成です．小澤氏のもとで博士号を取得された方々は，国内外の大学で研究・教育に携わっておられます．そのお名前と現在の所属・職名を挙げると，中村誠氏（大阪大学大学院情報科学研究科教授），町原秀二氏（埼玉大学理学部教授），加藤淳氏（名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授），寺澤祐高氏（名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授）の各氏がおられます．また，星埜岳氏（東京電機大学准教授），藤原和将氏（龍谷大学先端理工学部准教授），林雅行氏（京都大学大学院人間・環境学研究科准教授），喜多航佑氏（北海道大学大学院理学院助教），富岡健太氏（津田塾大学・日本学術振興会特別研究員 PD），Mario Rastrelli 氏（ソフィア工科大学 Senior Assistant Professor），草場竜之介氏（東北大学・日本学術振興会特別研究員 PD）の各氏も，それぞれの場で研究を進めておられます．博士論文の題目を見ても，波動方程式や非線型シュレディンガー方程式に加えて，流体の方程式，非線型境界条件を伴う放物型方程式，特異なポテンシャルを持つシュレディンガー作用素など，研究対象は多岐にわたっています．小澤氏が教育方針として，基礎を十分に学ぶことと，学生が自ら研究課題を選び，指導教員の研究の枠を越えて進むことを重視されていることは，この広がりともよく響き合います．一つの問題を解く力とともに，自分自身の問題を見つけていく力が育まれてきたことを，これらの研究の多様性から感じます．また，中村氏，加藤氏，藤原氏は日本数学会賞建部賢弘特別賞を，林氏は同奨励賞を受賞されています．先に紹介した富岡氏との共同研究は，受賞業績につながる数学の発展と，次世代の研究者の成長とが重なり合う具体例でもあります．博士号を取得した研究者が各地で研究を進め，さらに学生を育てていくことを思えば，小澤氏の教育上のご貢献は，研究室の枠を越えて長く続いていくものと言えるでしょう．

数学界を支える活動にも，小澤氏は多くの力を注いでこられました．日本数学会理事として国際交流などを担当され，日本学術会議では数理科学委員会委員長を，国際数学連合の国内委員会では委員長を務められています．また，北海道大学の 21 世紀 COE プログラム「特異性から見た非線形構造の数学」の拠点リーダーとして，研究・教育の基

盤づくりにも取り組まれました．個人の研究を進めることに加え，研究者が出会い，議論し，新しい仕事を始めるための環境を支えることも，数学の発展に欠かせない営みです．また最近では，大型の科研費・基盤研究（S）「波動場の臨界相互作用の解析」の研究代表者，ムーンショット型研究開発事業・目標 10「核融合研究のパラダイムを刷新する数理モデルの定式化と解決法のイノベーション」のプロジェクトマネージャー（PM）を務められるなど，我が国の数理科学を代表する研究者として活躍されておられます．

非線型分散型方程式の具体的な難問から解析手法を磨き，その成果を共同研究と教育を通じて次の世代へ伝えていく．小澤氏の歩みを振り返ると，研究の進展と研究者の育成が，深く結びついていることを感じます．今回のご受賞を機に，修正エネルギー法の意義とともに，こうした長年のご貢献が広く知られることを願っております．小澤氏の今後ますますのご活躍を祈念し，改めて心よりお祝い申し上げます．

参考文献

［1］T. Ozawa and N. Visciglia, An improvement on the Brézis–Gallouët technique for 2D NLS and 1D half-wave equation, Ann. Inst. H. Poincaré C Anal. Non Linéaire 33 (2016), 1069–1079.

［2］T. Ozawa and K. Tomioka, Zakharov system in two space dimensions, Nonlinear Anal. 214 (2022), 112532.

［3］T. Ozawa and K. Tomioka, Schrödinger-improved Boussinesq system in two space dimensions, J. Evol. Equ. 22 (2022), Paper No. 35.

［4］T. Ozawa, Long range scattering for nonlinear Schrödinger equations in one space dimension, Comm. Math. Phys. 139 (1991), 479–493.