

第2回 湘南数学セミナー

高校生のための現代数学

「面積と体積 —現代数学の視座から—」

砂田 利一

日本数学会および湘南国際村主催の第2回湘南セミナーは、1996年8月13日、14日の両日にわたって、前年と同様、神奈川県葉山町の湘南国際村センターにおいて開催された。講師は、砂田利一（東北大学、ゼータ研究所）、主題は「面積と体積」についてであった。当然のことながら、必要な知識は最小限に留め、高校生の知っている面積や体積の概念を現代数学の立場から見直すことを目標とした。ワークショップにおけるチューターは、佐藤勝憲（東京工業大学）にお願いした。

約60名の高校生が参加したが、その理由は「高校で学ぶ数学とは異なる雰囲気味わいたい」、「数学に強くなりたい」など、様々な動機があるようだ。国際村センターの計らいで、国際会議場をセミナー会場に使わせて頂いた。猛暑の中、国際村センターの快適な環境の中でセミナーを開催できたことは、参加者にとっても印象深い経験となったようである。

前年同様、湘南国際村のスタッフの方々には、セミナー開催中はもちろんのこと、準備の段階でも大変お世話になった。また、国際村協会からは、参加者の宿泊について援助を頂いた。この場を借りて感謝申し上げる。さらに、数学会には様々な形での支援をして頂いた。とくに、広報委員会の渡辺公夫氏には、広報活動の点でお世話になったことを申し添える。なお、1997年度のセミナーは、12月に開催予定である（講師は、京都大学の上野健爾氏）。

この催しが軌道に乗るには、あと数年が必要だろう。会員の皆さんの協力を切に希望する次第である。

講演の内容は、次の通りである。

1. 面積とは何か

小学校で学ぶ面積は、「広さ」を表す量というだけで、その厳密な定義は大学で測度論を学ぶまで与えられることはない。日常的概念が数

学的概念に昇華していく代表例として、面積の概念の数学的意味を反省し、その歴史的成り立ちについて解説した。

2. 面積関数の存在と一意性

多角形の実面積の厳密な定義を与えるため、面積を多角形の集合上の「関数」として捉え、その満たすべき性質（正値性、不変性、加法性、正規化条件）を挙げた。そして、この「関数」の一意性と存在について証明した。

3. 面積と合同分割 — ボヤイ・ケルビンの定理

2つの多角形は、一方を小多角形に分割し、それらを合同変換で移して他方の多角形を作ることができる時、分割合同であると言われる。古代ギリシャでは、面積は合同分割で不変な「量」として捉えられていた。この「量」と、数値としての面積が同値なものであること（ボヤイ・ケルビンの定理）は、実は19世紀になるまで証明されていなかった。ここでは、ボヤイ・ケルビンの定理の完全な証明を与えた。

4. ヒルベルトの第3問題とデーンの定理

ボヤイ・ケルビンの定理が、多面体の体積に対しても成り立つかという問題は、1900年にヒルベルトにより提出された有名な問題である。同じ年、デーンは、同じ体積を持つ正四面体と直方体が決して分割合同でないことを示して、否定的な解決を与えた。この証明を、加法的関数を用いて解説した。

講演内容の詳しい解説については

志賀浩二、砂田利一：「高校生に送る数学Ⅲ」、岩波書店、1996年
を参照されたい。

（すなだ としかず 東北大学大学院理学研究科）