

書 評

森口繁一著「数理つれづれ」

岩波書店，2001年11月

131ページ，¥2400+税

「つれづれ」という単語からは高校の頃古文で習った徒然草しか連想できない浅学の評者は、「数理つれづれ」という題名を見て，老大家がつれづれにものした数理工ッセイ集だろうと思い込んでいた．しかしページをめくってみてびっくり，筆者は確かに老大家であったが，内容は若々しい探究心に満ち溢れた知的冒険の手引書であった．

あとがきによると，自宅にてほぼ月例で行われたミニ講義「松庵サロン・コングレス」をもとにした文章集だそうだ．ミニ講義と言っても単なる講義ではない．聞く側も話す側も手と目と頭を動かして色々やってみたであろう様子が，ページの端々から伝わってくる．

多くの話題が取り上げられている中からいくつかご紹介しよう．まず第3章「隠れた規則性」より「ビデオテープの目盛」．ビデオの窓に現われたテープ残量から，録画時間を推測する話である．まず，録画時間と巻き取られたテープの半径（巻き枠の中心から測る）を20分おきにデータを取ってグラフに描く．グラフは一直線にはならない．（これは我々が日常的に経験することである．巻き残しの方のテープの残量を見て，「これならあと30分は録画できるかな」と思っていたら番組の途中でテープがなくなって，悔しい思いをしたことがあるのは評者だけではあるまい．）しかし森口氏はグラフ上のプロットを見て「滑らかな曲線の上には乗るようである．もしかすると放物線かもしれない．」と言って半径の2乗と録画時間とのグラフを描いてみる．結果はご覧の通り，見事に一直線になり，隠れていた規則性が明らかにされる．

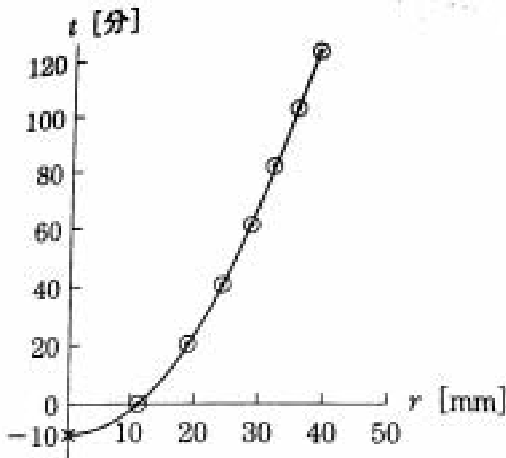


図 3.6 t と r の関係

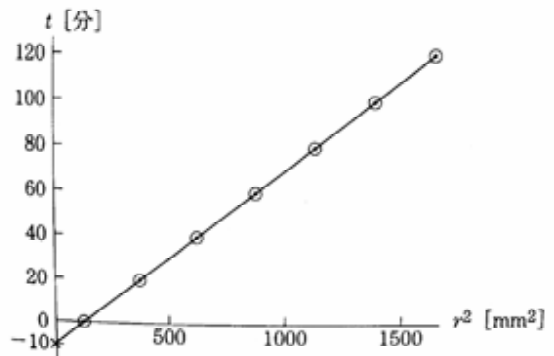


図 3.7 t と r^2 の関係

（本書 55 ページより）

考えてみればこれは自然なことで、テープは一定のスピードで送られるのでテープの体積も一定のスピードで増加し、従って巻き取られたテープの半径の2乗も一定のスピードで増加するのである。しかしそんな種明かしは後回しにして、とにかくまずグラフを描いて一直線に見せる、というのが気持ちよく、演出の妙だ。種明かしのあと、グラフの傾きと日本工業規格のテープ速度からテープの厚さが 0.0191mm ($=19.1\ \mu\text{m}$)と計算して、「JISの3ページに『磁気テープの最大厚さは、塗布層を含めて $21\ \mu\text{m}$ とする』とあるのと、よく話が合う」とうなづいて見せるのも、達人の技を見る味わいがある。

次に、第4章「天球儀・地球儀」から「円筒型日時計」。恥ずかしながら、評者は「日時計なんて、棒を立てておけばその影が移動していくのだから時間が測れるのは当たり前じゃないか」などと考えていたので(それだと季節によって影の場所が変わるかもしれない!)、本書を読んで初めて日時計の原理がわかって感動した。

海苔の筒を鋸で真っ二つに切って半円の筒とし、円の中心に沿って針金を渡して、その針金がまっすぐ北極星を指すように筒を固定する。また、海苔筒の内側に角度を等分に目盛った方眼紙を貼り付けておく。今は地動説が当たり前だが、天動説の視点からすると「天球」が北極星の方向を軸として(つまり針金を軸として)1日1回転の日周運動をすることになる。従って針金の影は一定の角速度、1日 360° のペースで動き、影の位置の目盛を読み取れば時刻がわかる仕組みである。

普通の日時計(平面上にニョキッと棒や板が立ててあるもの)と比べて、円筒を使ったことによって「角速度が一定」という理屈が明瞭になっているのが素晴らしい。さらに季節による影の落ち方の変化や天動説と地動説の比較、春分の日付など、踏み込んだ話題にまで触れられている。

音階の話も面白い。第2章「対数方眼紙」の「長音階と対数グラフ」「短音階と対数グラフ」では、音程が振動数の比で表わされ、1オクターブが比 $1:2$ に対応するが、ではド、レ、ミ、...がどのような振動数の比で表わされるか、という問題を片対数方眼紙を使って調べている。「物理の本にはまた、振動数の比が簡単な整数の比になっている二つの音は、よく協和(傍線筆者)すると書いてある。」と前置きをして、例えばドミソドの振動数の比が $4:5:6:8$ になることを対数方眼紙から読み取って見せるのだ。

あれ、でも1オクターブを12の半音に等分するのなら、2の12乗根倍ずつにするほうが正確じゃないのか?実はそういうのは転調を考えた「12平均律」と呼ばれるもので、ドとソの $2:3$ の振動数のを2の $(7/12)$ 乗で近似(つまり2を底とした $3/2$ の対数 $_{\log_2}(3/2)=0.5849625\dots$ を $7/12=0.58333\dots$ で近似)することにあたるのだ、という説明が第7章「近似分数」の「純正調オルガン」でなされる。では、 $2:3$ をもっと正確に近似するには、1オクターブを何等分すれば良いかという問題の考察から、明治22年に田中正平氏が発明したという純正調オルガンの話になる。広辞苑の「純正調オルガン

は 1 オクターブを 46 の音に分けた」とする記述に、数学的視点から疑問を投げかけるのだ。46 を分母とした分数では $\log_2(3/2)$ の良い近似は得られないのである。その一方で $31/53=0.58490566\dots$ は $\log_2(3/2)$ の非常に良い近似であることが示される。「理化学辞典第 2 版」や「佐藤公平論文集」に、田中正平氏が「53平均律」を用いたことを示す記述があり、それなら「話はすっきりする」というわけだ。他にも e や、黄金比やルート 3 の分数近似もコンピューターできちんと描いて見せてくれる。対数方眼紙に近似分数の分母と誤差のグラフを描いてみると、不思議な数学現象が起きていることがはっきり見て取れるのが楽しい。

あとがきで「数理」という言葉について説明があった。「純粹の『数学』よりは幅広く対象を求める一方、『できあがった数学の道具立てをあれこれの問題に適用するだけ』という意味合いの強い『応用数学』という名を避けようとする気持が、『数理』という言葉の背景にはあるように見える。」なるほど、純粹の「数学」を専門とする評者には、視点が新鮮に感じられたわけだ。ここでご紹介した以外に、針金に張った石鹸膜や源氏香、かき混ぜるとカップの中央に集まる紅茶の葉から割り算の九々まで、色とりどりの話題が散りばめられている。石鹸膜の話が「全体の姿は複雑この上ない場合でも、その局所を支配する法則は案外簡単で普遍的であるということとはよくある。その一例がここに見られるとあってよからう。」という言葉で締めくくられるなど、それぞれのテーマがきちんと狙いを持って描かれている。石鹸膜や天球儀の話では立体視の絵が添えられたりと表現も工夫がこらされており、片対数方眼紙が付録についているのも親切だ。説明が簡潔に流れすぎて一般の数理愛好家には大変そうな箇所もあったが、そんなところは飛ばし読みしてしまえばよいし、中・高・大学の先生にとっては何と言っても面白い教材の宝庫である。

題名の「つれづれ」とは、「つくづくと物を思う」という意味なのだそう。確かに広辞苑を引いてみると、徒然草の「することもなく退屈なさま」は第二義で、物思う方が第一義になっている。数学はなぜ面白いのか、その面白さをどうやって伝えればよいのか、つれづれと考えさせられる良書である。(正しい例文になっているか、自信無し。)

この書評の推敲中、ふと開けた新聞に森口氏の訃報を見てショックを受けた。謹んでご冥福をお祈りする。

(木村俊一、広島大理)