

「経済学と数学」

京都大学経済研究所

西村和雄

経済学の理論

経済学は、グラスゴー大学の倫理学の教授だったアダム・スミス(1723-90)によって始められたと考えられている。彼は、人間が利己的に行動したとしても、市場メカニズムによって均衡に導かれ、その結果として、国民も厚生も高められると考えた。彼の著書の題名は『国富論』であり、彼によれば富は、財やサービス、それも市場で取引される物である。それ以前の重農主義者が農産物を、重商主義者が金や銀を富と考えていたのとは明らかに異なる考えだった。アダム・スミスは、経済学の始祖であると共に、古典派という学派の祖とされている。その後、同じ古典派のリカード(1772-1823)、新古典派あるいはケンブリッジ学派のマーシャル(1842-1924)により、次第に、需要、供給、限界効用と論理が精緻化され、それと共に、それまで数値例と言葉の論理で展開されていた経済学が数式や関数を用いて記述されていった。経済理論が先にあって、それを数学で表現できることに気がついてきたのである。経済理論が大きく発展した契機の一つは、フランス人でスイスのローザンヌ大学の教授ワルラス(1834-1910)が一般均衡理論を発表したことにある。彼は、複数の財の市場が相互依存の関係にあることを表現した上で、財の需要と供給が等しくなる均衡を数学的なモデルで表した。

20世紀に入って経済学は更に発展し、1930年代以降のサミュエルソン、ヒックスなどのノーベル賞学者の仕事から今日まで、経済学はアダム・スミスの流れを受け継いだ新々古典派といわれる数理的理論が主流となる。この新々古典派を通常は新古典派とよんでいる。アダム・スミス以来、色々な名前がつけられた学派があるが、マルクスとケインズを除けば、すべて新古典派につながるものである。ともかく、新古典派経済学を「新古典」という理由はアダム・スミスからの流れをくんでいるからだけであって、実態は現代の経済理論そのものなのである。

経済学と現実

現実が多面的である。例えば、鯨と兎を比較することを考えてみよう。鯨は大きくて海に住む。兎は小さくて陸に住む。絵が写真を見れば、鯨と兎は随分と異なる生物に見える。しかし、解剖学的には、鯨は、前足が胸びれとなり、その皮下には指がある。後足は退化しているものと痕(コン)跡をもつものがある。骨髄をもち、肺もあり、呼吸をして、その時に潮吹きをする。雌は、子宮で胎児を育て、生まれた鯨に授乳をする。このように、鯨と兎には共通の特徴があり、そして同じ哺乳類に分類されている。

複数の現象を比較するとき、その共通点を見いだすことが相違点を理解することに役立つ。共通

点を見つけるためには、どう見えるかではなく、一步掘り下げて分析することが必要である。そして、どのようにして共通項をくくるかという際に、一種の抽象的思考が必要となる。経済学では、現実の経済の動きを分析するために、抽象化されたモデルを用いる。それをモデルとよぶ。モデルは、現実そのものではないが、現実の動きの本質部分を取り出したものである。

本質は眼に見えない。実際、市場メカニズムですら、アダム・スミスが奇しくも「見えざる手」とよんだように、我々が具体的に見られるものではない。価格の動きを通じて、市場で何が起きているかを想像することができるだけである。

経済学では合理的に行動する消費者や、利潤を最大化する企業を対象とする。たとえ消費者が非合理的に行動するとしても、非合理的な行動を基準にとっては何も分析できない。非合理的な行動は、無数にあり得るからである。一方、合理的な行動は限られていて、合理的な行動をものさしとするなら、何が非合理的かが見えてくる。

企業が短期的に利潤を最大化することを目的として行動していないとしても、それは、現在の行動が長い眼で見れば利潤の最大化につながると考えているからである。マーケット・シェアを最大化する、売上高を最大化するなど、現実に企業がとっている戦略には、必ずしも利潤の最大化と一致しないものがある。しかし、もし長期的に利潤を最大化することが念頭にないとなれば、何故そのような行動をとるかを説明することが出来なくなる。

合理的とは、所与の制約条件を認識した上で、目的に適った行動をとることである。一方、制約条件の幾つかを認識せずに、目的に適っていると思ってとる行動を限定合理的と呼ぶ。例えば、ケインズ理論では、労働者が、実質賃金の変化に気付かず、名目賃金を見て行動すると考える。これは、限定合理性であるが、ある意味で新古典派の一般化であり、合理的な消費者の分析を完全に退けるものではない。これに対し、消費者が常に非合理的であるという立場があり、確かに個別の消費者や企業は非合理的であり得る。しかし、上で述べたように、非合理的であるあり方は無数にあり、それをモデル化して分析しても、一つの特例の分析であり、平均的な消費者の分析とはならない。合理的な消費者には依然として、一般的な分析の基礎であろう。

数学者の貢献

経済学者には、数学や工学から転向してきた人が数多くいる。イギリス人で20世紀初頭を代表する数学者兼哲学者であるラムゼー(1903-30)は、数学基礎論、確率論、哲学のみならず、経済学の方でも論文を発表し、26歳の若さでこの世を去った。ラムゼーの死後2ヵ月後に発表されたEconomic Journalにおいて、ケインズが、ラムゼーの才能と論文の重要性に賛辞を述べている。ラムゼーの論文は、その後の経済成長と財政学の方の発展に大きな影響を与えた。

やはり、20世紀を代表する数学者フォン・ノイマン(1903-57)は、経済学者モルゲンシュテルン(1902-77)と共にゲームの理論を開発しているが、同時に、経済成長の多部門モデルにおける齊一

成長経路の存在証明の論文を書いて、その後の経済学に大きな影響を与えていった。

1970年代には、カリフォルニア大学バークレー校の数学者スモールが数理経済学の研究をして、論文を幾つも発表している。

このように、数学者は、均衡概念をより精密にすることによって、新古典派理論を更に発展させることで、経済学に大きな影響を与えてきた。

経済学は、数理科学として発展してきたが、経済学での必要性から新しい数学の分野が生まれてもいる。非線形の方程式の解が非負となるための条件は、非線形計画法として経済学者によって発展させられた。また、均衡マクロ経済動学で用いられる無限の将来までの最適制御問題は、経済学特有のものである。

さて、ノーベル賞経済学賞を受賞した最初の数学者は1994年の受賞者ジョン・ナッシュである。経済学の分野には、数学や工学出身の数理経済学者が多数いる。しかし、その多くは、数学から経済に専門を変えた人達である。数学の研究を続けながら、経済学で大きな影響を与えている人はごく少数に限られている。ナッシュはその一人であるが、存命中にノーベル経済学賞というものがあったなら、ラムゼーとフォン・ノイマンも確実にノーベル経済学賞を受賞していたといえるだろう。

フォン・ノイマン

1903年にハンガリーのブタペストでユダヤ系の資産家の家庭に生まれたフォン・ノイマンは、幼い頃から、天才を示し、外国語、歴史、数学の特別な教育を家庭で受けていた。彼の生涯をたどりながら、その経済学への貢献を簡単に説明しよう。

ノイマンは、1914年に、10才でブタペストのギムナジウム「ルーテル校」に入学すると、数学教師にその数学的才能を見出され、ブタペスト大学の数学者から個人教授を受けることになる。ギムナジウムの卒業試験を1921年に首席で通ったノイマンは、ベルリン大学の応用化学とブタペスト大学大学院数学科に入学する。ノイマンは第一次大戦(1914-18)後の国内混乱にある、ハンガリーを離れ、ベルリンに移り、数学の研究をしながら、ベルリン大学で化学の講義を受ける。

1921~23年頃に、ノイマンはヒルベルトの影響を受け、集合論を公理化する仕事をしている。高校生のときに書いた2つ目の論文はカントールの仕事を厳密化した「超限順序数の導入について」であり、1923年に出版された。1925年に出版された3つ目の論文のタイトルは「集合論の一公理化」である。そして、1923年にチューリッヒのスイス連邦工科大学応用化学科の2年次に編入している。ノイマンは、スイス工科大学応用化学科を卒業し、1926年にブタペスト大学の数学博士号を取得している。ブタペスト大学に提出した数学の博士論文「集合論の公理化」は、1922年に第一稿を書き終えていた。出版は1928年になる。

1926年、ノイマンは、アメリカのロックフェラー財団の奨学金を得て、ヒルベルトがいるゲッチンゲン大学に行って研究を始めた。当時のゲッチンゲン大学は、前年度に発表された、ハイゼンベルグの

量子力学に対する、スイスのシュレジンガーの波動方程式が発表され、物理学の新しい理論が誕生する予感で、刺激に満ち溢れていた。ノイマンは、翌 27 年もゲッチンゲン大学にいて、量子論を公理化することに務め、その結果は、1932 年に「量子力学の数学的基礎」として発表された。このとき、数学者としてのフォン・ノイマンの名は世界的なものとなった。

1927 年に、ノイマンは、最年少の 23 歳でベルリン大学の講師になり、1929 年にはハンブルグ大学の講師となった。ノイマンは、アメリカの数学界の水準を高めるべく、ヨーロッパの数学者を招聘することを計画していたプリンストン大学の数学者ヴェブレンから招待を受け、1930 年にプリンストン大学の講師、1931 年に教授となった。そして、1933 年には新しく設立されたプリンストン高等研究所 (IAS) の教授となり、1957 年に亡くなるまでその地位にあった。

経済学とフォン・ノイマン

ノイマンは、1928 年に "Theory of Parlor Games" (室内ゲームの理論) を発表している。ゲーム理論の先駆的論文としては、チェスを題材とした 1912 年のツメルメロの論文と「ポーカー」を例とする 1921 年のフランスの数学者エミール・ボレルによる分析がある。ノイマンの 1928 年の論文では、ゼロ和 2 人ゲームにおける、ミニマックス定理が証明されている。

ノイマンがブタペストのギムナジウム「ルーテル校」に通っていた時、別なギムナジウム「ミンタ校」に 5 つ年下のニコラス・カルデア (1908-86) がいた。カルデアは、イギリスのロンドン・スクール・オブ・エコノミクス (LSE) を卒業し、1932 年から LSE で教えた後、1949 年からケンブリッジ大学教授となった経済学者である。ロンドンスクールでは、伝統的な厚生経済学などを研究し、1936 年にケインズの『一般理論』が発刊されてからは、ケインズ経済学に傾倒していった。ノイマンとカルデアは友人であり、1928 ~ 29 年頃、ノイマンはカルデアの紹介で、数理経済学の文献を読んでいる。

ノイマンは、1932 年にプリンストンの高等研究所の数学のセミナーで、数理経済学の講演をしたことがあった。1936 年、ウィーン大学の数学者カール・メンガー (Karl Menger) に依頼され、ノイマンは、ウィーンでの研究会で経済学の講演をする予定であった。ヨーロッパには行ったノイマンは、実際は、ウィーンには寄らず、ドイツ語の論文をパリからメンガーに送っただけであったが、その論文は、1937 年に出版されたカール・メンガーのセミナーの講演集の中に含まれることになった。

カール・メンガーの父は、ウィーン大学の経済学教授をしていたカール・メンガー (Carl Menger) である。

経済学における限界革命は、スイスのレオン・ワルラス (1834 - 1910)、イギリスのウィリアム・ジェボンズ (1835 - 82)、オーストリアのカール・メンガー (1840 - 1921) によって、1870 年代に行われた、限界効用を基礎とする理論の発展のことである。限界効用は数学的には、偏微分と対応している。

ウィーン大学には、1895 年に設立され、マッハ、ボルツマン、シュリックと引き継がれた哲学の講座があり、その内容は、哲学でも次第に自然科学に近づいていった。1928 年に、数学、物理、哲学、

経済学など、広い分野のメンバーが、マツハ協会を設立し、ウィーン学団を結成した。その思想が論理実証主義である。中には、統計学者のワルドや経済学者のモルゲンシュテルンもいた。ワルドは、経済の方程式体系に非負解があることを証明し、モルゲンシュテルンは、1944年にノイマンとの共著で『ゲーム理論と経済行動』を発表した。ちなみに、1938年にオーストリアは、ナチスドイツに併合され、モルゲンシュテルンやメンガーは、ウィーンを去って、アメリカに渡った。

1932年にプリンストンで講演をし、1936年にメンガーに送ったドイツ語の論文は、1945年に英訳されて、「一般経済均衡モデル」という名で、経済学の学術誌レビュー・オブ・エコノミック・スタディーズに掲載された。

ノイマンの論文は、1928年のミニマックス定理の論文と同様、線形計画法、非線形計画法の発展の基礎となった。ノイマンの結果を整理し直すなら、線形計画法の鞍点定理となる。また、ノイマンの論文の中では、関数ではなく、対応について不動点が存在することをブラウアの不動点定理を用いて証明している。これは、今日、角谷の不動点定理として知られている結果である。ノイマンの論文には、一般均衡というタイトルがつけられているが、それまでの静学的な一般均衡モデルを動学化しているという点で、画期的であった。ノイマンのこの論文は経済の生産技術面から、斉一成長経路と、最大成長率の存在を証明している。この論文と、変分法を用いて社会的厚生を最大化条件を導出したラムゼーの論文が、その後の経済動学理論の発展に対する基礎を与えたのである。