

小沢登高氏の文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

河東泰之（東京大学大学院数理科学研究科）

小沢登高氏が、2008年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受けた。2002年日本数学会賞建部賢弘賞特別賞、2006年 ICM 招待講演、2006年日本数学会解析学賞に続く栄誉であり大変喜ばしいことである。小沢氏の受賞研究題目は「作用素環と離散群の研究」である。離散群と直接関係しない重要な研究成果もいくつもあるのだが、ここではこの題目にそって簡単な解説をしたい。

小沢氏の研究の特徴は、作用素環論の幅広い分野のきわめて困難な問題について、斬新な手法で目の覚めるような鮮やかな解答を示すことであり、その結果の強さと証明の短さはしばしば衝撃的である。すでに作用素環論世界ナンバーワンの若手であることは明らかであり、その勢いは圧倒的である。

離散群から作用素環、特に von Neumann 環を作る方法として次の二つが基本的である。まず離散群に対して、その正則表現の像が生成する von Neumann 環を考えることができる。（すなわち像の生成する多元環に対し、作用素の弱収束の位相で閉包を取ったものである。）これを群 von Neumann 環と呼ぶ。（ノルム位相で閉包を取ったものは C^* -群環である。）また、離散群が測度空間に作用しているとき、しかるべき半直積を作ることによって、von Neumann 環が得られる。作用素環論ではこの構成法は接合積と呼ばれている。特に重要なケースは、確率測度を保ってエルゴード的に作用している場合である。この二つは Murray と von Neumann による作用素環論の誕生の頃から知られている重要な構成法であるが、こうして得られる von Neumann 環がいつ同型になるかを決定することはきわめて困難な問題である。Connes が偉大な進展を 1970 年代に成し遂げたが、最近の大きな成果は S. Popa によるものである。彼の新しい手法により、多くの von Neumann 環が互いに同型でないことが示された。小沢氏の最近の成果は、全く独自の視点からこの流れに参入したもので、一部は Popa と共同できわめて強力な結果が得られている。

位相線形空間について、テンソル積の位相を調べるということが重要であるというのが Grothendieck の深い洞察であった。作用素環、さらには作用素のなす線形空間についてもテンソル積を調べることは作用素環論の正統的な問題意識の一つである。特に、 C^* -環について竹崎の導入した、現在では核型と呼ばれる条件は大変重要である。この核型より弱い、テンソル積についての条件が、 C^* -環論で最近さまざまに研究されてきた。その一つの exactness と呼ばれるよい性質を、離散群の C^* -群環がいつでも持つか、ということが有名な未解決問題であった。小沢氏は 2000 年の論文で、exactness が成り立つための必要十分条件をきわめて簡明な形で与え、これによって Gromov が存在をアナウンスしていた離散群については、その C^* -群環が exactness

を満たさないことを示した。これによって一連の未解決問題が一気に解決された。この論文はとても短いがそのインパクトは驚くべきものであった。これにより小沢氏は国際的な地位を確立した。

その後、いくつもすばらしい結果があったが、特に決定的な成果は2004年の *Acta Math.* の論文で得られた。これは、双曲群の von Neumann 群環についての研究である。自由群の von Neumann 環が無限次元環のテンソル積に分解するか、というのが長年有名な問題であって、これ自体は Ge (1998年, *Ann. Math.*) によって、大方の予想通り分解しないことが示されていた。これは自由 entropy と呼ばれる不変量の技巧的な評価に基づくもので、その後さまざまな拡張が得られていたが、小沢氏の結果は、一般の双曲群の von Neumann 群環で、自ら solid と名づけた、はるかに強い性質が成り立つことをきわめて短い証明で示したものである。(自由群は双曲群の一例である。)

これを Popa の結果とあわせて応用した共著論文が2004年の *Invent. Math.* に出た。2000年 MSRI の workshop で、アメリカ作用素環の長老 Kadison がこれから21世紀の作用素環論が目指すべき問題として筆頭に上げたのが自由群 von Neumann 環のテンソル積の同型問題であった。この論文ではこの問題をはるかに一般的な形で解いている。

さらに最近の Popa とのプレプリント (to appear in *Ann. Math.*) では自由群の von Neumann 群環や、自由群のエルゴード作用に関連して現れる、幅広いクラスの von Neumann 環について、ある種の極大可換部分環の構造を決定した。これまで知られていた多くの重要な結果をきわめて特別な場合として含む驚くべき結果であり、ほんの少し前までは考えることもできなかったような強力な定理である。

また今年に入って、アメリカの N. Brown と共著でアメリカ数学会から500ページ以上の著書 “*C*-algebras and finite-dimensional approximations*” を出版している。この本は今後長い間、この方面の標準的なリファレンスになることであろう。

2001年に Connes が MSRI で講演したとき、作用素環論の現状を風景にたとえた絵を OHP で示したが、その際中央の山は深い霧に覆われていた。2005年に Vanderbilt 大学で Connes が講演した際には、まず2001年の OHP シートを示した後、中央の霧は Ozawa と Popa によって取り除かれた、と言って新しく霧の晴れた新しい氷河に Ozawa, Popa と書かれている絵を示した。これが小沢氏の業績に対する世界的な評価である。すでにこれからの作用素環論の進むべき方向を示す世界のリーダーの一人であることは明らかであり、これからますます、さらに一段とパワフルな活躍を続けていくことを願っている。