

中村玄氏の受賞によせて

曾我日出夫（茨城大学教育学部）

このたび、中村玄氏が平成21年度科学技術分野の文部科学大臣表彰科学技術賞を受賞されました。昨年度の新井仁之氏に続いて数学の分野で連続しての受賞であり、数学の関係者としては大変元気付けられるニュースです。この賞は「我が国の科学技術の発展等に寄与する可能性の高い独創的な研究又は開発を行った者」に対して授与される賞で、連続しての受賞は数学の研究が科学技術全体の中で注目されていることでもあると思えます。

受賞の対象となった研究は、「漸近解析による散乱の逆問題の数学的研究」です。中村玄氏は継続的に逆問題に取り組まれてきました。平成12年度日本数学会賞秋季賞を「弾性体の逆問題」で受賞され、その後も逆問題の研究で多くの成果を上げてこられました。今回の受賞対象の研究は、この逆問題の分野でいくつかある基本的な解法を統一的に整理考究したもので、中村氏のこれまでの地道な研究活動が実を結んだものと言えます。また、中村氏は多くの若い研究者を育ててこられ、その意味でも逆問題の研究活動の活発化に寄与されてこられました。この機にこの面も強調しておきたいと思います。

ここでいう逆問題とは、波の伝わる媒質内に空洞、介在物等(散乱体)があるとき、その存在によって引き起こされる波の散乱状況から、散乱体の情報を得るというものです。具体的には、音波を用いた海洋音響探査、地震波や超音波を用いた地質調査や非破壊検査・医療診断、電磁波を用いたレーダーやリモートセンシング等々があります。中村氏の研究は、これらの具体的な逆問題に留意しながら、数学的な視点から統一的に解析しようとするものであり、その研究成果はもともとの具体的な逆問題の分野にも還元されるものです。

研究の背景について

海洋音響や地球物理学などにおける逆問題は、古くからボルン近似などの近似理論や非線形最適化法によって研究されてきました。しかし、適用範囲が限られたり、初期予想に大きく依存したりしました。十数年前より、入射方向と散乱波の観測方向を十分多く取れるという前提で、数学的に厳密な解法がいろいろ開発されるようになりました。その典型的なものは、さまざまな方向から定常平面波を入射させ、十分遠くでその散乱波を球面波で表示するという設定で、その球面波の振幅 (far-field pattern) を知って散乱体を同定しようというものです。これについては Colton-Kress の本が知られています(後述[2])。

さらに、ここ数年間にいろいろな解法が開発されました。代表的な解法として、linear sampling method, factorization method, singular sources method, probe method,

enclosure method, no-response test, range test などがあります. linear sampling method は, Colton-Kirsch の提案によるもので([1]), 今や広く工学分野においても知られるようになってきました. この方法は次のようなものです. 今, 各方向の定常平面波に対する散乱波の far-field pattern が観測データとして与えられているとし, これから得られる積分核によって決まる積分方程式を考えます. さらに, 散乱体がない方程式の基本解を考え, その特異点(源点 source point)を散乱体内部に取ります. この基本解の far-field pattern を上記の積分方程式のデータに取ると, その解は源点が散乱体の境界に近づくにしたがい発散することが分かっています. このことで散乱体の位置を求めます. この方法は数学的な厳密さという点で未だ難点があります. そこで, Kirsch は linear sampling method を改良して, 適用範囲を限定するかわりに数学的な厳密さを追求しようとした. この方法が factorization method と呼ばれるものです.

singular sources method は Potthast によって提案されたものです([7]). その基本的なアイデアは次のようなものです. 源点が散乱体から離れている基本解に対する散乱波は, far-field pattern を用いて表現でき, 源点が散乱体に近づくとき, 発散します. singular sources method は, この表現式を数学的な検査器 (indicator function) として散乱体の境界を探索する方法です.

singular sources method が提案されたのとほぼ同時期に, 池島優氏によって probe method が提案されました([3]). この方法は次のようなものです. 例えば, 亀裂などの散乱体の位置を, 亀裂を含む適当に大きな領域の境界面で観測した散乱波から決定したいとします. この境界面における観測データ(境界面における法線微分)と基本解の境界値との内積から, 基本解自身に対する同様の内積を差し引いたもの(散乱体によるエネルギー差)を考えると, それが singular sources method のときと同様 indicator function の役割を果たすというものです. 散乱波の近接場を観測データに取る点が違いますが, singular sources method とよく似ています. enclosure method は, 池島優氏によって提案されたもので, probe method の特異解の代わりに, 複素幾何光学解あるいは(中村氏による)振動減衰解を用いる解法です.

no-response test は Potthast 他によって提案されたものです([5]). この方法は, 試験領域において小さい入射波に対する indicator function (singular sources method のものを一般化したもの)の値が小さい(すなわち無反応 no-response)ならば, 試験領域内に散乱体が存在するということを用いて, 散乱体の位置を求めるものです. range test では no-response test と同じように試験領域を取って考えます. 試験領域の境界一重層ポテンシャルの far-field pattern によって, 観測データの far-field pattern が実現できれば, 散乱波はこの試験領域境界まで接続可能であることが分かっています. range test では, こ

のことおよび入射波が基本解のときの **far-field pattern** が散乱波と関係付くこと (**mixed reciprocity relation**) をうまく使って、散乱体の位置を求めます。

ところで **no-response test**, **range test** は、他の方法ではたくさんの入射波に対する観測を前提としているのに対して、有限個の少ない観測に対しても有効です。また、上述の方法にはすべて次のような共通点があります。散乱波に関するデータを使ってパラメータを持つ何か関数 (**indicator function**) が定義され、パラメータを変化させるとその関数はある値で著しい振る舞いを(∞ に発散するなど)するということです。そして、そのある値と散乱体の位置などが関係しているということです。

受賞業績の概要

今回受賞対象となった研究業績は、上述のさまざまな解法を統一的に扱う枠組みを与え、その枠組みの中でこれらの解法を位置づけるとともに、それらの相互関係を明らかにしたということです。中村氏の主張は、**no-response test** の考え方が最も包括的であり、**singular sources method**, **probe method**, **enclosure method**, **range test** はすべて **no-response test** の枠組みのなかで統一的に扱えるというものです。そして、**no-response test** の枠組みの中で、諸解法の位置づけと相互関係を明らかにしています。すなわち、それぞれの解法における **indicator function** の相互関係や **indicator function** に付随する散乱波の漸近挙動の解析(漸近解析)の相互関係などを整理考究しています。その結果、これまで別々の解法とされていたものが、相互に関連していることが明確になり、それぞれの解法が持つ利点を共有できるようになった訳です。この研究は論文[6]に詳述されています。

また、受賞対象となった研究では、散乱体の特性が一様でない(例えば、境界の一部が音響的に硬いが、他の部分では硬くなく、音響インピーダンスを持つ)ような場合にも、散乱体の形状と音響インピーダンスを同定することができる解法を与えています。これは、**singular sources method** と **probe method** における(特異解に対する)散乱波を漸近的に詳しく解析することで、各点毎の同定が可能になったことから得られたものです。さらに、この方法の有効性を数値実験により実証的に示しています。この部分の研究は論文([4])に詳述されています。

以上、中村氏の研究の特徴として、音波、弾性波、電磁波などさまざまな波の逆問題に普遍的な解法を、数学的な考察とともに与えています。さらに、従来の最適化問題による解法では、最適解の存在保証がないことや最適解への先見情報が要ることなど多くの問題点があるのに対して、この解法では散乱体について最小限の先見情報だけで十分であるということにも留意する必要があると思います。

- [1] D. Colton and A. Kirsch: A simple method for solving inverse scattering problems in the resonance region, *Inverse Probl.* 12 (1996), 383-393.
- [2] D. Colton and R. Kress: *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*, 2nd edn. Springer, Berlin Heidelberg New York (1998).
- [3] M. Ikehata: Reconstruction of the shape of the inclusion by boundary measurements. *Commun. PDE* 23 (1998), 1459-1474.
- [4] J. J. Liu, G. Nakamura and M. Sini: Reconstruction of the shape and surface impedance from acoustic scattering data for an arbitrary cylinder, *SIAM J. Appl. Math.* 67 (2007), 1124-1146.
- [5] D-R. Luke and R. Potthast: The no-response test—a sampling method for inverse acoustic scattering theory, *SIAM J. App. Math.* 63(4) (2003), 1292-1312.
- [6] N. Honda, G. Nakamura, R. Potthast and M. Sini: The no-response approach and its relation to non-iterative methods for the inverse scattering, *Annali di Matematica* 187 (2008), 7-37.
- [7] R. Potthast: *Point sources and multipoles in inverse scattering theory*, *Research Notes in Mathematics* 427, Chapman-Hall/CRC, Boca Raton (2001).

(「数学通信」14巻3号67ページにある訂正を行った改訂版)