

作図から始まる発見体験 ～ 女子中高生夏の学校 2009 実習記 ～

角皆 宏

上智大学理工学部情報理工学科

0 はじめに

2009年8月13～15日に国立女性教育会館で行なわれた「女子中高生夏の学校 2009～科学・技術者のたまごたちへ～」(以下「夏学」と記す)に参加し、その中の「サイエンスエクスプローラー」という実験実習企画の一つとして、「作図から始まる発見体験」と題して実習を行ないました¹。その経緯やら夏学全体の紹介やらは後回しにして、実習の様子と内容の紹介に早速入りましょう。中学3年生から高校3年生までの女子中高生8人に対して、1人1台ずつ実際にパソコンを使ってもらったの2時間の実習です²。以下、開催前に案内した実習要旨や実習時の配布プリント・プロジェクト資料から度々引用します。

自然現象を観察・解明するのが「自然科学」、社会現象を観察・解明するのが「社会科学」とするなら、数理現象を観察・解明するのが「数学(数理科)

学)」です。既に出来上がった理論を学んだり、与えられた問題の解答を求めようとしたりする前に、数や図形など数学の世界に生きている対象の振る舞いやそれらが引き起こす様々な現象を、観察することから始めましょう。

この実習では主に図形の振る舞いに触れます。思いがけない発見はあるでしょうか。

1 定規とコンパスとを用いて作図をしよう

対話的幾何学ソフトウェアのKSEGを用いて、コンピュータ上で様々な図形を作図し、またコンピュータ利用という特性を活かして、作図した図形を色々と動かして観察して楽

¹この実習のサポートサイトを<http://pweb.cc.sophia.ac.jp/tsunogai/natsugaku2009J/>に開設しています。実習時に用いたプロジェクト資料や配布プリント・サンプルファイルの他、夏学の公式サイトや使用したソフトウェア KSEG へのリンクもあります。

²その他に別枠で、教員・保護者の参加者の希望者の方々向けにも、もう一度実習を行いました。内容は少々変更、人数は同程度。

しもう、というのが本実習の趣旨ですが、その前に、そもそも定規とコンパスとを用いた古典的な作図に馴染んでいないと、コンピュータ上で操作している内容に実感が伴わなからう、と考えました。そこで本実習では、それに先だって、定規とコンパスとを用いた古典的な作図を行なってもらって、実習の助走・序奏としてみました。

生物学では顕微鏡を用いて、天文学では望遠鏡を用いて、肉眼では出来ないような観察を行ない、様々な現象を発見・解明していますね。数学ではコンピュータがこれに当たると言えるでしょう。人の手では出来ないような大きな計算や数多くの繰返しを行なってくれます。顕微鏡や望遠鏡が眼の延長とすれば、コンピュータは手や頭の延長と言えます。だけれども、生物や天体の不思議を肉眼で観察することから出発してこそ、生物学や天文学の面白さが味わえるように、実際に自分の手と頭とを動かして作図や計算をして、数や図形の不思議を観察することから出発してこそ、数学の面白さが感じられるのだと思います。ですので、本実習もまず作図から始めることにしました。

実際に受講生に質問してみた所、作図について幾らかは授業で習ったことはあるが、それをきっかけにして授業以外でも色々取り組んだというようなことはなかったようです。と言うことは、ここから始めて良かったのかな。

1.1 作図問題のルール

まずゲームのルールの説明です。「道具を限定する」ということは、「行なっても良い操作の範囲を明確に定める」ということです。古典的に「定規とコンパスとによる作図」という場合、与えられた幾つかの点(とそれから出来る直線や円)から出発して、以下に挙げる操作のみを用いて、条件を満たす点(とそれから出来る直線や円)を得ることを言います。

- 定規
 - － 2点を結ぶ直線(充分長い線分)を描く
- コンパス
 - － 1点を中心とし他の1点を通る円弧を描く
 - － 2点間の距離(線分の長さ)を移す
- 点の生成
 - － 上記の方法で描かれた直線・円弧の交点として点を得られる
 - － 補助の点を取るのは構わないが、既に描かれた直線・円弧で区切られた同じ領域内であれば、どこでも通用する(取り方が最終結果に影響しない)必要がある

1.2 基本作図

前節のルールを確認した後で、次の基本作図に取り組んでもらいました。

- 1点を通り直線に垂線を下ろす(立てる)
- 1点を通り直線に平行線を引く
- 2点を結ぶ線分の中点・垂直二等分線
- 角の二等分線

どれも基本的な作図ですが、改めて見直して気付く点もあります。1点を通り直線に垂線を下ろす作図は、直角を作るのに平角の二等分を狙うわけですが、左右が等しくなるようにする作戦と、上下が等しくなるようにする作戦と、実は発想の異なる2つの方法がありますね。さあ自分の方法はどちらでしたか、など言いながら。

この順でやっていくと、平行線の作図は垂線2回でやりがち³なのですが、良く考えると平行線を作るのもっと簡単な作戦があるよね、と問いかけてみると、受講生の中から「平行四辺形」という声が上がりました⁴。雰囲気も良い感じに温まってきたようです。

中点と垂直二等分線とでは中点の方が単純なようにも見えますが、実際に作図してみると中点より先に垂直二等分線が作図できるんですね。2点から等距離にある点の軌跡が2点を結ぶ線分の垂直二等分線なことも、ここで思い出しておきましょう。

1.3 作図して観察しよう

では、幾つかの図形を作図してみましょう。

実習 1.3.1. 始めに3点を(任意に)取って、三角形を作ります。その三角形の外心と外接円とを作図してみましょう。外心は三角形の中にありますか/外にありますか。

直前で思い出しておいてあるので、これはすぐに描けて難しくはないのですが、それでも外接円を描いてちゃんと3頂点を通ると気持ちの良いものです。で、ここで外心の位置を聞くと大抵は「中にある」と答えることになりそうですね⁵。ここまで話を振っておいて、次の作図へ。

実習 1.3.2. 直線とその上にない1点を取って、その両者から等距離にある点を幾つか求めてみましょう。どんな風に並んでいるでしょうか。

³敢えてミスリードを狙っていたりします。

⁴やや遠慮がちでしたけど。

⁵実際、実習時には全員がそうでした。みんな素直です。

実際には、直線上に適当に1点を取って、その点を通る垂線上で条件を満たす点を作図で求めてみよう、更に直線上の点を色々変えて幾つか描いてみよう、ということにします。条件を満たす点は、垂線上にあって、始めの点と直線上に取った点とから等距離にある点ですから、この2点を結ぶ線分の垂直二等分線と垂線との交点として作図できます。この辺りは伏線で、後で同じ手順でKSEGで作図していくことを想定しています。

沢山の三角形について外接円を作図してみると、観察がより確かになり、もっと色々なことが判りそうです。また、直線とその上にない1点とから等距離にある点を沢山作図してみると、どのように並んでいるか、かなり予想が付きそうです。しかし、沢山作図するのは手間も掛かって中々大変です。

このように、同じことを沢山繰り返して行なうには、コンピュータが大きな力になります。この後はコンピュータ上で作図をシミュレート出来る幾何学ソフトウェアを用いて、もっと色々な観察を行なっていきましょう。

2 対話的幾何学ソフトウェア KSEG で作図をしよう

KSEG は Ilya Baran 氏が作成した対話型幾何学ソフトウェアです⁶。マウスを用いて画面上に点を打っていき、選んだ点を結ぶ直線を引いたり、中心と1点とを選んで円を描いたり、それらの交点を取ったり、つまり「定規とコンパスとによる作図」をシミュレートできます。しかし、それだけでなく、図形を描いた後で出発点となる点を動かすと、その点に依存して描かれた図形が連動して動く様子を見ることができ、更に、その動く軌跡をも描くことが出来るのです。この KSEG を用いて、先ほどまでに行なった作図をシミュレートして、図形の性質 (特に図形の動き) を更に観察してみます。

2.1 KSEG で作図した図形を動かして観察しよう

前章では三角形の外心と外接円とを、定規とコンパスとを用いて作図しました。その作図を KSEG でシミュレートしてみます。

実習 2.1.1. KSEG を用いて、まず三角形を描き、その三角形の外心と外接円とを作図してみましょう。その後で、始めに取った三角形の頂点の1つを摘んで動かしてみましょう。

定規とコンパスとで描いた手順をそのまま KSEG で迎れば良いのですが、実は前章で挙げた基本作図 (垂線・平行線・中点・垂直二等分線・角の二等分線) は良く用いるため、

⁶作者による公式サイトは <http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html> です。KSEG については、日本での伝道師とも言うべき濱田龍義さん (福岡大学) による 2007 年秋季総合分科会の市民講演会での講演「数学のおもちゃ箱 KNOPPIX/Math」の中でも紹介されています (「数学通信」12 巻 3 号所収)。

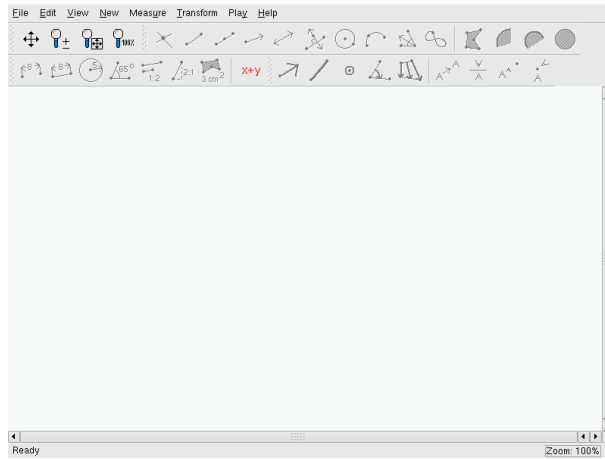


図 1: KSEG の画面

メニューから選択して一手で描けるようになっていきますので、かなり簡単に描くことが出来ます。

さて、KSEG では描いた図形は画面上のその場所に固定されている訳ではなく、例えば、2点を結ぶ線分であれば「指定された2点を結んでいる線分である」という情報で内部的に保持されています⁷。従って、点を動かすとそれに連れて「指定された2点を結んでいる」という条件を満たすように線分も動きます。円などについても同様なので、外心や外接円を作図した後に三角形の頂点を動かすと、三角形の形の変化に伴って外心や外接円が動いていく様子が、正に“目に見えて”解かります。

考察 2.1.2. 外心が三角形の内部 / 外部 / 辺上にあるのはそれぞれどんな時でしょうか。

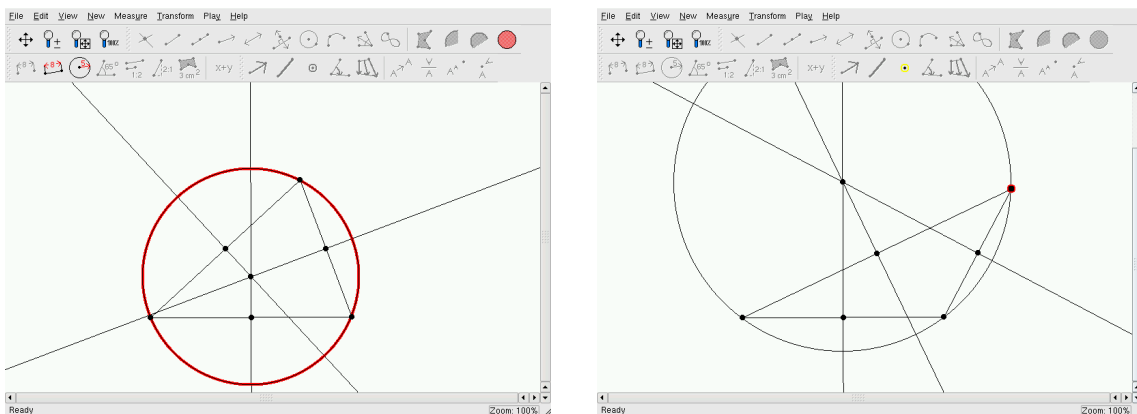


図 2: 外心と外接円

外心の基本性質ですから、学校で習っている人も多い筈ですが、こうやって目を見て体

⁷ソースコードまで見た訳ではありませんが、少なくともあたかもそのように振舞います。

感している人は少ないでしょう⁸。知っているつもりのことでも、実際に見ると新たな発見がいろいろあります。

ここまでは定規とコンパスとによる作図のシミュレートの範囲内でしたが、KSEGは他にも「軌跡」「計測」の機能を用いて、定規とコンパスとだけでは描くことのできない図形も、画面上に描いて更にそれを動かして観察することが出来ます。

2.2 軌跡を描いてみよう

直線または円上に束縛されている点と、それに連動して動く図形とがある時、点に連動して動く図形の軌跡を描くことが出来ます。これはKSEGの大きな機能で、使って楽しい機能です。点に連動して点が動く場合が通常の軌跡ですが、点に連動する線分・直線・円などの図形の動きを見ることも出来ます⁹。

実習 2.2.1. 直線とその上にない1点を取って、その両者から等距離にある点の軌跡を描いてみましょう。

これはさっき定規とコンパスとで作図したように、直線上に1点を取り¹⁰、この点を通る垂線上に条件を満たす点を作図します。ここで直線上に取った点(制御点)を動かすと作図で求めた点(連動点)も条件を満たしながら連動して動くという仕組みです。ここで「軌跡」機能を使うと、この点の軌跡が描けるのです。

考察 2.2.2. この軌跡はどういう図形でしょうか。また、始めの点を直線に近付けたら、逆に離したりすると、どんな風になるでしょうか。

勿論この軌跡は始めに与えた直線・点をそれぞれ準線・焦点とする放物線ですが、参加者の中に既に学校で習った人はいなかったようです。この辺りを探りながら話を進めていかなければいけないのが難しい点ですね。まだ知らないということであれば、基本的な性質を少し紹介していこうか、という気になります¹¹。

実習 2.2.3. さっきの状況で、始めの点と直線上に取った点とを結ぶ線分の垂直二等分線は、求めた軌跡(放物線)とどういう関係にあるでしょうか。また、直線上の点を動かすと、この垂直二等分線はどのように動くでしょうか。

⁸実際に鈍角三角形で作図すると、外心が遠くに行くために、誤差が大きくなったりコンパスが届かなくなったり紙からはみ出したりして、中々うまく作図できず、観察が難しかったりしますね。

⁹点の軌跡の場合は、元の点を小刻みに動かしながら、多くの点を求めてそれを繋いで表示しているだけなので、軌跡と他の曲線との交点を求めたりすることは出来ません。また、直線などの図形の“軌跡”では、元の点を小刻みに動かしながら、連動する図形をずらっと沢山描いてくれます。

¹⁰こうすると「この点が直線上にある」という関係を保ちながら動く仕組みにより、この点は直線上だけしか動かせません。「軌跡」機能はこの状況下で機能します。

¹¹この辺では、予定の最後の方は割愛かな、という気分でした。

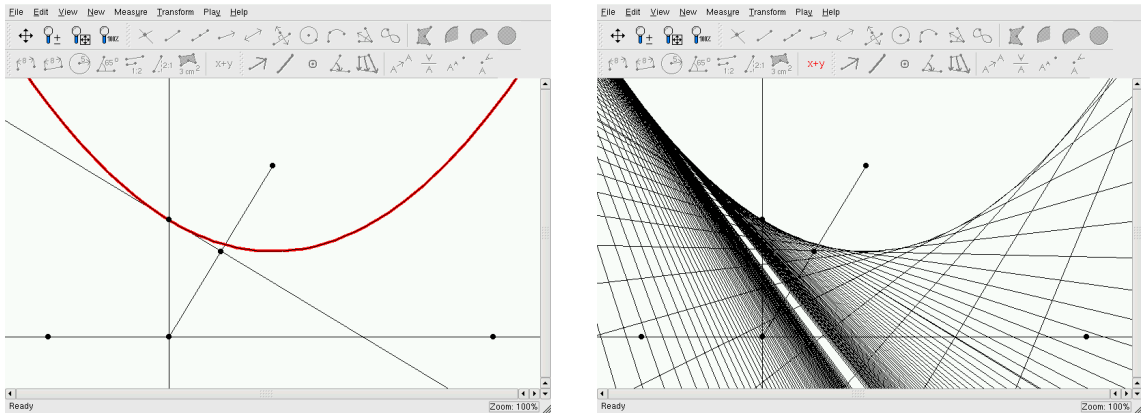


図 3: 放物線と包絡線

これも止まっているより動かしてみた方が一目瞭然で、放物線に接しながら動くことが容易に見て取れます¹²。準線に垂直な平行光線が放物面で反射して焦点に集まる様子も良く見えます。さて、ここで更に見栄えの良いKSEGの機能として、点に連動して動いている垂直二等分線の“軌跡”を描いてみましょう。実際に描いてみると、放物線がこの直線族の包絡線になっている様子が、これもまた一目瞭然で見取れます¹³。ここは絵柄としても綺麗で、大体どこで話しても歓声上がる所です。

この状況は見方を変えると、高校数学で良く見掛ける「通過範囲の問題」の典型的な例にもなっています。『 x 軸上の動点 $(t, 0)$ と定点 $(0, 1)$ とを結ぶ線分の垂直二等分線が通過する領域を求めよ。』少々心得た人ならば、 t についての 2 次方程式の実数解条件を持ち出して計算で求めるのは容易でしょう。しかし、実際に動かしてみるとどうなっているか、ちゃんとイメージしている人(ちゃんとイメージさせている授業)は果たして多いのでしょうか。

2.3 ぐるぐる定規(スピログラフ)を作ってみる

KSEGでは更に、2点間の距離・線分の長さ・円周の長さ・角度・傾き・線分の長さの比などを計って、数値として利用することが出来ます。この数値は計算したり、角度・倍率として指定することが出来ますし、生で数値を入力し、計算に使ったり指定したりすることも出来ます¹⁴。指定した数値は、倍率とみて相似変換したり、角度とみて回転移動したりするのに使えます。これも定規とコンパスとによる通常の作図を超えた機能です。

¹²「パラメタ付きで動かすと良く解かる」の好例でしょう。

¹³直線の間隔が偏っているのは、制御点を動かす刻み幅を決めるアルゴリズムに依ると思われます。KSEGの“くせ”を把握して更に工夫すると、もっと均等に綺麗な図を描くことも出来ます。本質的ではないですが、凝り出すと上達感があってハマります。

¹⁴角度は 360° 法。

ここでは、この「計測」の機能と先程の「軌跡」の機能とを使って、「ぐるぐる定規(スピログラフ)」の仕掛けを作ります。「ぐるぐる定規」は、外枠の円の内側を小さい円が滑らずに転がる時に、小さい円内の1点が描く軌跡として図形を描く道具です¹⁵。外枠の円と内側の円との半径の比率や、内側の円内での1点の位置(中心からの距離)を変えると、様々な(しばしば綺麗な)図を描くことができます。

考察 2.3.1. 外枠の円の中心の周りを内側の円が回る角度(公転角)と、外枠の円との接点に対して内側の円自身が回る角度(自転角)との間の関係は、どうなっているでしょうか。

準備としてここを押さえた後、これを用いてぐるぐる定規を作ってみます。

実習 2.3.2. ぐるぐる定規の仕掛けを作って、図形を描いてみましょう。

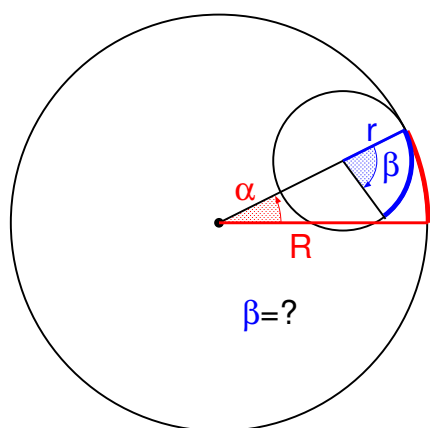


図 4: 公転角と自転角

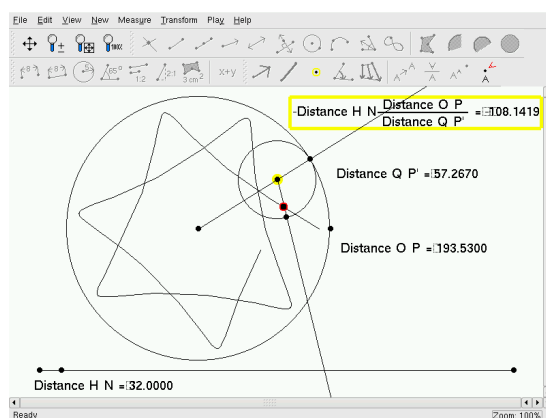


図 5: ぐるぐる定規(スピログラフ)

外枠の円と内側の円との半径の比率や、内側の円内での1点の位置(中心からの距離)を、色々変えて観察できるような仕掛けにするには、KSEG についての“馴れ”が少々要りますが、とにかく軌跡として図形が描けます。ここまで来ると作図手順によって記述する一種のプログラミングとも言えます¹⁶。実習では手順を逐一示して、それに従って作業してもらい、教わった通りではあるけれども自分で作った、という所まで連れていきました。手順が結構長いので、完成したときには「やっと着いた、やれやれ」という感じもありましたが、綺麗な図形が描けるので苦労も報われます。

考察 2.3.3. 軌跡を表示したままで、内側の円の半径を変えてみると、軌跡はどのように変わるでしょうか。また、内側の円内での点の位置を変えてみると、軌跡はどのように変わるでしょうか。

¹⁵最近では100円雑貨屋などでも売っていますね。当日持っていかなかったのは失敗でした。

¹⁶実際、「或る操作を何回か繰り返す」というような、もっとプログラミングっぽい機能もあります。

実習では、色々と変えて観察をしやすいために、用意したサンプルプログラムを使って動かしてもらいました¹⁷。

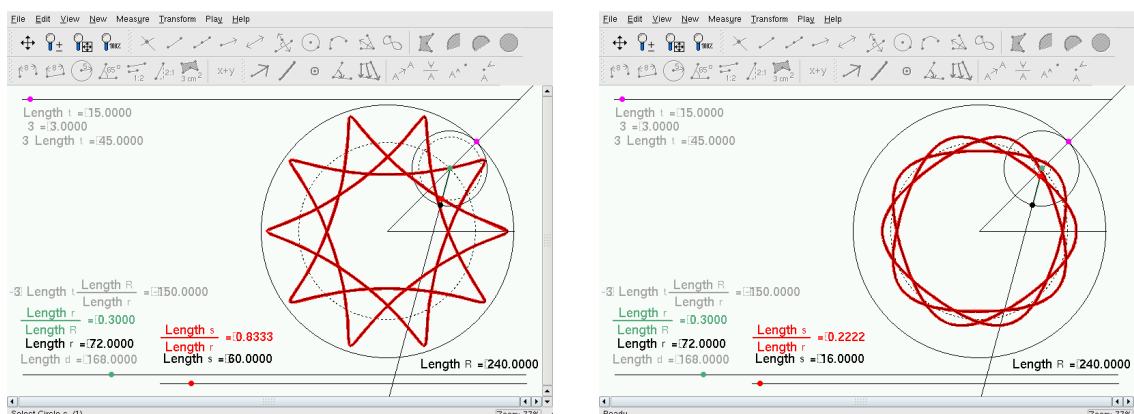


図 6: 反り返ってる (左)・膨らんでる (右)

こうやって動かせるのがコンピュータ作図ならではです。内側の円の半径を変えると、外側の円の半径と丁度整数比になったときに、軌跡が丁度戻ってきて閉じた曲線になることが解かります。また、内側の円の半径を一旦固定して内側の円内の点の位置を動かしてゆくと、どのように軌跡が変わるか、これも動かしてみると一目瞭然で、円内の点の位置が内側の円の円周に近い時には反り返った形の軌跡になり、内側の円の中心に近い時には円に近い膨らんだ形の軌跡になります。さて、そうすると、その間に丁度「辺がほぼ直線状」に見えるときがある筈です¹⁸。それは半径と点の位置がどんな関係にあるときだろうか、などと考えるのも面白いのではないのでしょうか。と言っている辺りで丁度時間となりました。

2.4 もうちょっと言いたかったこと

各段階の実習をゆったりめに行なったので、最後は少し積み残した所で終わってしまいましたが、本当はもうちょっと、こんなことも言いたかったなあ、ということもあります。

「辺がほぼ直線状」になるのはどんなときか、色々な場合に調べて、何か法則の予想が立つだろうか。予想が立ったら実験で検証して予想を補強するのも大切だが、そこは数学なのでやはり「証明」がしたい。しかし、この段階では「証明」を試みるためにどうしても必要な、「『ほぼ直線状』とはどういうことか」ということが、まだ明確に定められていない。つまり、証明すべき問題が確定していないので、これでは証明のしようがない。従って、我々がまず成すべきことは「『ほぼ直線状』とはどういうことか」をきちんと定

¹⁷ 始めからサンプルプログラムで動かしてもらっても良かったのですが、ブラックボックス的になるのを避けて、時間は掛かりますが自分で作ってもらうことにしました。

¹⁸ 「中間値の定理」ですが、実習時にはそこまでは言わなかった。

義すること。この「定式化」という段階を経て初めて、考えるべき問題が確定し、誰もが同じ問題を認識し、それに関する考察や証明が正しいか否か、誰から見ても判定することが可能になる。学校で習う数学は既に定式化された内容を扱うのが通常なので、一般にはこの段階は余り意識されていないが、この「定式化」という段階は数学では非常に重要な営みで、特に現代数学では、「あるべき定式化を得ること」が最も重要と言っても良いかも知れない。「数学として証明のし易い定式化」はしばしば抽象的な記述になって、人間が直観的に把握し易い表現とは中々一致せず、その辺が数学の解り難さの一因になっているけれども。

人間同士の関係での「理解」では、相手の気持ちに寄り添うことが大切ですね。数学の世界に生きている対象たちの「理解」においても同様で、「数学として証明のし易い定式化」というのは、理解してもらいたがっている気持ちに寄り添って合わせてあげることなのかもしれません。

3 「女子中高生夏の学校」について

「女子中高生夏の学校 2009～科学・技術者のたまごたちへ～」¹⁹ は、独立行政法人国立女性教育会館および日本学術会議「科学と社会委員会 科学力増進分科会」の主催、男女共同参画学協会連絡会の協力で、独立行政法人科学技術振興機構の委託による平成 21 年度女子中高生の理系進路選択支援事業として、埼玉県比企郡嵐山町にある国立女性教育会館で 8 月 13 日 (木)～15 日 (土) に行なわれた、合宿形式の体験型の催しです²⁰。日本数学会を含む 10 以上の理系学会の他、幾つかの大学・研究所なども協賛するかなり大がかりな催しです²¹。実際、参加者は全国に亘り、女子中高生 (中学 3 年～高校 3 年) 100 名強に加えて、保護者・教員の方が 30 名程度、また実施を支える学生 TA も 40 名以上、企画実行委員・実習講師・ポスターセッションスタッフも併せて 100 名を遥かに超える大規模なものでした²²。様々な講演・実験実習の他、班毎に分かれた交流のためのプログラムもあり、会場に泊り込んで行なうこともあって、3 日目になる頃には参加者同士かなり親しくなっていたようです。分刻みで盛り沢山のスケジュールでしたが、参加者は流石に若く、疲れた様子も見せず最後まで楽しんでいました。今回で 5 回目だそうです、参加者・学

¹⁹<http://www.natsugaku.com>

²⁰日本数学会ウェブサイトのニュースでも紹介されています。また、松井泰子さん (東海大学) による「平田典子先生の「ナイスステップな研究者」をお祝いして」(「数学通信」14 巻 1 号所収) でも触れられています。改めてご一読下さい。

²¹ですが、今回の講師の依頼があるまでは知りませんでした。

²²日本数学会からは、企画委員として日本数学会男女共同参画委員でもある松井泰子さん、実習講師として萩田真理子さんと角皆、ポスターセッションスタッフとして越谷重夫さん (千葉大)・山下靖さん (奈良女子大)・柏原賢二さん (東大)・筒井亨さん (千葉大) が参加した他、学生 TA として日本大学の学生・院生が数名参加してくれました。

生TAともにリピーターも多いそうで、好評なことが伺えます。また、女子理系進路選択についての理解を進める趣旨で、本年度からは保護者・教員向けのプログラムも用意されました。

本実習「作図から始まる発見体験」はその中の「サイエンスエクスプローラー(科学探検隊)I」での実験実習の1つです。協賛各学会で企画した11の実験実習の中から、予め希望したものに参加します。各実験実習はそれぞれ10名弱で、日本数学会からは、萩田真理子さん(お茶の水女子大)による「暗号を作ろう」と本実習の2つを開講し、別枠で保護者・教員向けのプログラムとしても提供しました。「サイエンスエクスプローラー(科学探検隊)II」では30以上の学会などによるポスターセッションで、参加者と研究者・技術者との交流が行なわれました。日本数学会からも“Girls in Mathematical World!”と題して出展し、高校数学と大学数学との違いや数学科卒業後の進路について、また社会で活躍する数学科出身者からのメッセージも紹介しました。

理工系各分野の多くの学会が協賛・参加しているので、他分野の参加者の方々と話をする機会もありましたが、その中で強く感じたことは、このような催しに対して数学分野からの参加が非常に強く望まれている、ということです。「理数系」を構成する2本柱「数学」「理科」のうちの1本を担う数学分野がないと、理系のイベントとして成立しない、と。このことについては更に次章で。

4 経緯と雑感

今回の実習講師の話を頂いたのは、2009年春の日本数学会年会(東大駒場)に伴って開かれた「数学ソフトウェアとフリードキュメントVIII」で、「KNOPPIX/Math環境を利用した社会人講座の実践例～上智大学コミュニティカレッジ「実験から始まる数学」シリーズの紹介～」と題して口演を行なった際に(正確にはその学会期間中に)、戸瀬信之さん(慶應義塾大)にこの催しのことと実習講師へのお誘いを頂いたのです。その時は萩田さんの実習は決まっていたが、前章で書いたように数学の実習開講への要望が大きかったので、もう1つ追加が出来れば、とのことでした。

上智大学コミュニティカレッジ「実験から始まる数学」シリーズ²³は、当時同僚だった青井久さん(立命館大)・梅垣敦紀さん(早稲田大学高等研究所)と共同で行なった主に社会人向けの公開講座で、各回読切でテーマを決めて受講者の方にコンピュータを用いた実習をして頂き、その背景となる数理について解説する、というもので、2006年から2008年にかけて、6回1講座で3期開講しました(同内容の再開講も1期あるので、3人で12回分のテーマについて実習を行なったこととなります)。そういう持ちネタがあるならどうですか、ということだった訳です。

²³<http://www.mm.sophia.ac.jp/ext/>

先日の秋季総合分科会(大阪大)で戸瀬さんにお会いした際にも、この夏学の話にもなりましたが、来年にも開かれる予定の夏学2010での数学会からの実習講師は現在募集中(というか探している所)だそうなので、興味のある方は松井さんや戸瀬さんに御連絡頂くと良いのではないのでしょうか。

近年は、今回の催しのように、一般の方々や中高生のみなさんに数学をアピール出来る機会が増えており、また、数学分野からの積極的な参加が要望されています。しかし、現状では企画に携わっている方々が人づてに探している状況のようで、そうすると、何処かで同様のことをやったことのある人に、「この人に頼めばやってくれるだろう」ということで依頼するケースが多く、どうしても一部の人があちこちで、ということになりがちなようです。確かに今回のように参加者によるコンピュータ実習を伴う場合には、各段階で細かく具体的な指示を与えたり、事前にコンピュータの動作確認を行ったりと、それなりの仕込みは必要ですが、そうでなければ普段授業をしているような人なら何とかなるものだと思います²⁴。ただ、ついつい「こんな当たり前の話で良いんだろうか」と考えてしまっ、難しい話をしてしまいがちなように思いますが、そうではなくて良く知っているような題材で良いので、何か新鮮な切り口で見せてあげれば良いのだらうと思います。数学というと試験問題の解法を学ぶもの、という印象を持っている人が多いので、ごくごく普通と思えるようなことでも十分に新鮮だったりするようです。もっと数学をアピールしていきましょう。数学界からの貢献が大いに期待されています。

²⁴相手側の予備知識の多寡やばらつきが事前に読み難い点が普段の授業より難しいですが、受講生が意欲的・積極的に興味を持って聴いてくれる点は普段の授業より充実感があるかもしれません。本当は、普段の授業でももっと意欲や興味を喚起しなければいけないのですけれど。