

## 書 評

### 『天体力学のパイオニアたち』 (上・下)

F. ディアク & P. ホームズ 著 吉田春夫 訳  
シュプリングー・フェアラーク 東京 2004 年

柴山允瑠 (京都大学数理解析研究所)

アーノルドは「全数学は次の 3 つに大別される. 暗号学と流体力学と天体力学とである。」<sup>\*1</sup>, そして「数学が物理学の一部である」と述べている (『数学の最先端, 21 世紀への挑戦 3』). これは強烈な主張だが, 『天体力学のパイオニアたち』を読むと, 確かに多くの著名な数学者が天体力学に関わっており, 数学の発展の 1 つの原動力となってきたことが分かる.

『天体力学のパイオニアたち』は, 近年までの天体力学に関わる発見とそれに携わった数学者たちのドキュメンタリーである. 特に, ポアンカレの研究とそれ以降に力点が置かれている. 「ポアンカレは 3 体問題が解けないことを証明した」ということは広く知られているが, ポアンカレ以降の  $N$  体問題の研究はそれに比べるとあまり知られていない. 19 世紀末に得られたポアンカレの結果は, 3 体問題を一般的に解くことに対して絶望感を与えるものであり, 3 体問題の研究の分岐点となった. 20 世紀に入ると相対論や量子論が現れ, 物理学の中心はそこへ向かっていった. しかし, ポアンカレ自身も含め, その後も  $N$  体問題の研究に取り組み続けた数学者たちの挑戦があったことをこの本は示している.

歴史的なことに關しては, 大変熱心に調べられている. 関連する分野の専門家にとっても新たな発見があるだろう. 小説家の塩野七生さんが「ディテールにこそ歴史の醍醐味はある」(『ローマから日本が見える』) と述べているように, 数学者が偶然的な出会いや証明の間違いを経たりしながら歴史的な発見に至る経緯は大変面白い. 歴史的な背景を知ることによって数学の理解も深まるが, それは論文からはあまり分からないものである. また, 女性差別により研究を妨げられるがワイエルシュトラスに個人的な教育を受け教授になったコワレフスカヤや, 第一次世界大戦の苦境や独裁者の恐怖の中で研究を続けたコルモゴロフの人物史も印象的である. 描写にはいくらか創作が加わっているが, 歴史的な細部を語るには仕方のないことであろうし, それにより物語的に面白くなっている. また, 参考文

---

\*1 各々に括弧付きで記されている説明は省いた.

献にその出典を詳細に説明されているので、創作である部分は明確に区別できる。

この本は、5章からなっている。

第1章ではポアンカレに焦点を当て、ポアンカレが3体問題は解ける見込みがないことを示すことでオスカー王の賞を受賞し、カオスの発見に至るまでの経緯が述べられている。実はポアンカレは別の結果により受賞が確定していたが、誤りが発見され、修正後3体問題が解けないという結果に至り、それが受賞論文として後世に伝えられているということである。受賞確定後の数ヶ月間大きなプレッシャーの中、ポアンカレが誤りを修正し新たな大きな発見に至る話はスリリングである。

第2章では、ポアンカレの研究を継承したバーコフ、フィールズ賞受賞者であるスメールが現れる。ポアンカレがカオスの起源といえるホモクリニック・タングルを発見し、バーコフの研究を経て、スメールが最終的に記号化を実現するまでの過程が述べられている。カオスを理解可能な形にした最初の例である。

第3章のテーマは特異点である。パンルヴェ方程式で有名であり、後にフランスの首相となるパンルヴェから始まる。パンルヴェにより提起された非衝突特異点の存在問題が、ツァイペルやマッギーらの研究を経て、90年後に当時20代半ばであったシャーにより最終的に解決される。実際には、シャーは5体問題において有限時間で非有界になる解を構成した。

第4章では、天体力学において歴史が古く重要な太陽系の安定性を巡る研究について述べられている。太陽系の現在の運動を永続的に続けるのであろうかという問題である。ラプラスから始まり、KAM理論が現れる以前までの歴史が述べられている。

第5章では、天体力学(さらに一般のハミルトン系)における20世紀最大の成果の1つといえるKAM理論について述べられている。第4章にある太陽系の安定性の問題がコルモゴロフ、アーノルド、モーザーにより1つの解決が得られ、彼らの名前の頭文字をとってKAM理論と呼ばれている。しかし、アーノルド拡散の存在により不安定となる可能性もあり、太陽系の安定性は $N$ 体問題の設定においてもまだ完全な解決には至っていない。アーノルドが19才でヒルベルトの第13問題を解決した逸話などが紹介されており、KAM理論は大数学者たちによる成果であったことがうかがえる。

この本はほとんど数式を使わずに説明されており、一般の人でも読めるように配慮されている。多くの数学の分野ではその最先端を一般の人に説明することは困難であるが、 $N$ 体問題の場合、問題自体が非常に有名であることと、多くの結果は天体の動きとして説明しやすいという利点を生かし、分かりやすく説明している。この本には多くの研究結果が集

約されており、特別な予備知識なく  $N$  体問題の近年までの研究を概観することができる。大学生などはこの本により、最先端の研究の一端を垣間みることができ、自分の研究テーマを見つけることができるかもしれない。研究論文が膨大である近年の状況で、研究者にとってもこのような本はその分野の研究状況を把握する上においても非常に有効である。

この原著は 1996 年に出版されている。それ以降も、 $N$  体問題において大きな進展がいくつかあった。第 3 章にある特異点理論関係では、マルティネ とシモ (2000, *Nonlinearity*, **13**, 2107–2130) が、4 体問題における同時二体衝突軌道は正則化可能だが、正則化された解はある意味で  $C^{\frac{8}{3}}$  級の微分可能性しかないことを明らかにした。

中心配置に関しては 4.10 節に解説してあり、4 体以上の  $n$  体問題に関する中心配置の個数の有限性は未解決問題として述べられている。その後進展があり、ハンプトンとメッケル (2006, *Invent. Math.*, **163**, 289–312) は 4 体問題の場合の有限性を証明した。5 体問題についてはその後研究されているようであるが、未だ未解決である。

訳者である吉田春夫氏らによるジグリン解析による非可積分性の証明 (『力学の解ける問題と解けない問題』, 吉田春夫著) や、フェジヨ (2004, *Ergodic Theory Dynam. Systems*, **24**, 1521–1582) らによる太陽系の (KAM) 安定性の証明の改良も進んでいる。

その他にもインパクトのあった結果としては、シオンシネとモンゴメリー (2000, *Ann. of Math. (2)*, **152**, 881–901) による 8 の字解と呼ばれる新たな周期解の存在証明がある。これは変分法により証明された。変分法により周期解を求めようとする試みはポアンカレまでにさかのぼることができる。そのポアンカレの研究はしばらく忘れ去られていたが、その復活とさらなる進展の結果として 8 の字解が得られたようである。

天体力学を巡る物語は続いている。