

## 会員ニュース

### 熊谷隆さんの日本学術振興会賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科

楠岡成雄

熊谷隆さん（京都大学数理解析研究所教授）が、第8回（平成23年度）日本学術振興会賞を受賞されました。受賞研究題目は「複雑な系の上の解析学と確率過程論の展開」です。熊谷さんの受賞を心からお祝い申し上げます。受賞題目の研究がどのようなものであるのかについて、あまり不偏的とはいえない筆者の視点から述べさせていただきます。

ユークリッド空間を媒体とする拡散や波動に関する研究は古くからあり、数多くの結果が知られています。そこでは擬微分作用素やフーリエ積分作用素といった強力な道具があり大きな威力を発揮します。その背景には、ユークリッド距離やルベーグ測度が平行移動不変性を満たすため、フーリエ変換というものが可能となることがあります。では、根本的にユークリッド空間とは違う複雑な形状を持つ媒体においても、拡散現象や波動伝搬は同じような性質を満たすでしょうか。これは古くから物理学者や化学者らが考えていた問題で、様々な予想があったようです。しかし数学的に厳密な結果は30年前にはほとんど存在していなかったと言ってよいと思います。拡散現象に関する最初の研究は、シェルピンスキーガスケットを対象として、筆者及び木上淳氏が異なる立場から行いました。その後、Barlow, Perkins, Bassをはじめとする多くの確率論研究者が参入し、自己相似性を持つフラクタル上の拡散現象の研究が爆発的に進みました。そこで明らかになってきたことは、フラクタル次元という幾何的な次元とは全く異なるスペクトル次元というものが存在し、拡散現象は基本的にスペクトル次元に支配されるということでした。例えば、ユークリッド空間上では拡散のスピードは時間の $1/2$ 乗であるのに対して、フラクタル上の拡散では異なる指数が現れてくることが示されました（なお、ユークリッド空間ではスペクトル次元とフラクタル次元は一致し、共に空間の次元です）。

先に名前を挙げた3人の確率論研究者は筆者とほぼ同年代の人たちですが、フラクタル上の拡散の研究が急速に進み始めた頃、まだ京都大学の院生であった熊谷さんが研究に参入してきました。熊谷さんは様々な成果を挙げましたが、特に、多くの共同研究者と共に、自己相似性を持つフラクタルの研究に現れた様々な実解析的な不等式（ポアンカレ不等式、ハルナック不等式、基本解の評価など）を、一般化・抽象化しその関係を明らかにするという、ある意味地味な研究を行い成果を挙げていきました。その研究成果の意味は専門家以外には

わかりにくいものですが、例えば、大域的には自己相似的なフラクタルに見える多様体を考えると、局所的にはユークリッド空間、大域的にはフラクタルということで自己同次性のようなものは存在しません。その空間で拡散現象を考えると、時間が短い範囲ではユークリッド空間のスペクトル次元が、時間が長い範囲ではフラクタルのスペクトル次元がその挙動を支配することが示されました。

さらに熊谷氏は、共同研究者と共に、その築きあげた手法を用いて、パーコレーションから決まるランダムなグラフのスペクトル次元を、最も特異性の高い場合に厳密に求めることに成功しました。このランダムなグラフは大域的に見ても、かなり曖昧な意味での自己同次性しかなく、それまで取り扱われてきたフラクタルの媒体より、格段に複雑性の高いものでした。筆者はフラクタルの研究からは遠ざかったので、熊谷さんらの作り上げた理論がどこまで深いものとなっているのかをあまりよく判断することができていませんでした。しかし、このパーコレーションに関する結果を聞いた時は大変驚きました。理論が極めて複雑な形状の媒体を取り扱えるまでに進化していることが示されたからです。

これら拡散現象の研究は、確率過程論的に言うと連続マルコフ過程に関する研究ですが、熊谷さんは測度付き距離空間上のジャンプを含む対称なマルコフ過程に対しても結果を拡張しています。ジャンプを含む場合はさらに自由度が高まるのですが、ジャンプ指数が混在している場合を含む、かなり広い範囲のものまで扱えるようになっていきます。

拡散現象に限っても、現実の問題への応用を考えると、さらに複雑な媒質の上で考える必要があります。20年以上前に、色々な大きさの石が混じったような土壌の中で水がどのような速さで浸透・拡散していくのかという質問を農学の研究者から受けたことがありました。土壌を切断した写真も見せてもらったのですが、小さな穴が無数に開いていて、自己相性はあまりなさそうでしたが、確かにフラクタル的な形状をしていました。その形状のフラクタル次元のようなものは写真から推定できるが、拡散のスピードとの関係が全くわからないので質問に来たということでした。まさにスペクトル次元を、その形状からどうやれば計算できるのかという質問でした。その時は、今の数学はその質問に答えることができるほど進んでいないと答えるしかなく、その人は大いに落胆して帰って行ったことを覚えています。熊谷さんをはじめとする多くの研究者により、その後、研究は大きく進展し、20年前には想像もしなかった水準に達しています。しかし、残念ながら、今なおその農学研究者の質問に答えるまでの水準には至っていないと思います。

今回の賞は45歳以下の人に贈られる賞と聞き、あらためて熊谷さんがまだ若いのだと実感しました。熊谷さんが、これからますます研究を進展させ、成果を挙げられることを期待しています。そしていつか、筆者が答えることの出来なかった質問の答えを教えてくれると信じています。熊谷さん、受賞おめでとう。