会員ニュース

泉正己氏の井上学術賞受賞によせて

東京大学大学院数理科学研究科
河東　泰之

泉正己氏が井上学術賞を受賞された．業績のことを考えれば当然のことだが，まずは大変おめでたいことである．今回それについて記事を書くことになったのだが，私はすでに同氏の日本数学会賞秋季賞受賞（2010 年）の際に『数学』（2011 年，第 63 巻）に詳しい業績紹介記事を書いている．それ以降の新しい業績も大変すばらしいものであるが，私としては昔からよく知っている著名な業績について書きたいところである．しかし同じようなことをもう一度書いてもしょうがないので，今回の記事はより私的な，インフォーマルなことを書いてみたい．

同氏の業績は，作用素環論の中でもきわめて大きな範囲に及び，その守備範囲の広さについては作用素環研究者の中でも世界有数のものであるが，なんといっても同氏が国際的に有名になったのは部分因子環（subfactor）論における業績である．私も同氏のこの研究について一番詳しいので，ここではもっぱらこの方面の研究についてこれまでの発展の歴史を振り返ってみたい．なお上述の『数学』の記事では他の業績についても触れている．

私が泉氏に初めて会ったのは 1990 年の夏のことである．当時同氏は京大数理研の修士 2 年生で，私は東大数学科の助手であった．ずいぶん難しい質問をする院生がいるなと思った記憶がある．この夏は ICM が京都で開かれた時で，作用素環では Jones が Fields 賞を受賞した．後の話のため，少しだけ Jones の subfactor 理論について説明する．Hilbert 空間の有界線形作用素のなす環で，適当な位相と共役演算で閉じているものが von Neumann 環である．その中で単純環であるものを factor という．ある factor が別の factor に入っているとき，小さい方を subfactor と言い，この入り方を調べるのが subfactor 理論である．形式的には，群と部分群，体と拡大体の類似のようなものを（作用素）環で調べていることになる．部分群の指数，拡大体の拡大次数にあたるものがあり，Jones index と呼ばれるが，これは正の実数値を取り，実際に非整数値を簡単に取る．また Jones index が有限の時，principal graph と呼ばれるグラフが subfactor の不変量として現れる．Factor は I 型，II 型，III 型に分かれ，subfactor 理論においては I 型を考えても自明なことしか起こらない．Jones は II 型の subfactor 理論を現代的な形で始めたのだが，III 型でも同様のことができることが幸崎秀樹氏によって示されていた．

さて Jones index の値は 4 未満と 4 以上で様子が違うこと，4 未満の場合は principal graph は A-D-E 型の Dynkin 図形になることは 1980 年代半ばには知られていた．これらの graph が実際に principal graph として現れうるのか，現れた場合，対応する subfactor はどう分類できるのか，が問題になっていた．当時は II 型の subfactor の場合が問題とされていた．これについて Ocneanu が 1987 年に解決を宣言したのだが，証明を書いた文献がなく，混乱が続いていた．Ocneanu の分類理論は解析的な部分と代数的な部分に分かれ，解析的な部分は Popa がより強い形で解決したので，代数的な部分が不明のままというのが 1990 年夏の時点での状況であった．Ocneanu は ICM の前に来日して東大で彼の代数的理論の概要を講演した．これで私は彼の一般論を理解し，それに基づいて計算を進めたところ，E_8 型以外の場合については Ocneanu の主張することが正しいことを確認できた．これが 1990 年の末近くのことである．一方，Longo が III 型 subfactor の一般論について主要な道具を整備した論文を，場の量子論の数学的研究を背景にして出版していたが，これがどのように subfactor の分類理論に役に立つのか不明なままであった．III 型の方が話が難しいはずなので，III 型の話を調べるために II 型に帰着させるというのが当時の大方の考えであった．

修士の院生であった泉氏はこのような状況で登場した．II 型の subfactor について知りたい場合にも III 型に移行した方がむしろやさしく多くの情報が得られること，Longo の手法が subfactor の分類に大きく役に立つことを具体的に示し，Ocneanu の主張の一部に Ocneanu とは全く違う方法で証明を与えたのである．これが 1991 年の修士論文である．今では常識となった多くの事項がこの論文で初めて示されている．私は 1990 年末にこの内容を聞き，大変驚いたこと，よく理解できなかった点について電話して教えてもらったことをよく覚えている．さらに続けて泉氏は，Jones index がちょうど 4 に等しいときに，Ocneanu が ICM-90 の招待講演で示していた主張は誤りであることを示した．これは私は正しいと思っていたし，どのように証明できるかもわかった気になっていたので 3 月に聞いて大変驚いた．泉氏はその「証明」のどこが誤りであるかを指摘し，さらにそれとはまったく別の独創的な方法によって正しい結果を得たのである．この手法は Cuntz 環と呼ばれる作用素環の自己準同型を用いるもので，これは作用素環論の中では全く別の系統に属する話題であって，subfactor 理論とこれが関係するとは誰も思っていなかったものである．幸いにして，泉氏の計算に現れるパラメータの，私の流儀での意味が分かったのでそれによる一般化をすることができ，私と泉氏の共著論文になった．これが私と泉氏の唯一の共著論文である．この頃は泉氏に会うたびに驚くべき新しい結果を伝えられるので，会うのが怖いような気がしたものである．さらに 1991 年の暮，Ocneanu の主張で唯一証明がわからなかった，E_8 型 Dynkin 図形の場合も泉氏は解

決に成功した．私は当時 Berkeley にいたのだが，Jones が「お前にクリスマスプレゼントをやろう」といってこの論文のレフェリーを頼んできたのをよく覚えている．

上述の A-D-E 型の Dynkin 図形が現れるケースは，今となっては量子群や共形場理論の枠組みでよく理解できる．そうではないような subfactor があるか，というのが大きな話題であったが，1991 年，Haagerup が初めてのそのような例と思われるものを発見した．しばしば exotic subfactor と呼ばれるものである．その後，その仲間と思われる subfactor が 1997 年に Asaeda–Haagerup により発見され，さらにずっと懸案となっていたもう一つの例は 2012 年に Bigelow–Peters–Morrison–Snyder によって構成された．これらの構成法はいずれも組み合わせ論的に大変困難なものだが，泉氏は独自の方法に基づき Haagerup の例の別構成を与え，さらにその手法に基づき，その “quantum double” にあたるものの計算も初めて成し遂げた．Ocneanu が 1998 年の最後の谷口シンポジウムに来日した際，「世界で Masaki Izumi だけにできる計算」と言っていたことを思い出す．この作用素環的な quantum double の手法については泉氏が世界の第一人者であり，極めて困難な計算をいくつも実行している．

上で述べたように，subfactor は体の拡大の理論と形式的に似ているので，Galois 対応の類似を考えることができる．泉氏は Longo–Popa と共にこの方向で決定的な形を証明した．これは大変有用な結果であり，MathSciNet ではこれが泉氏の最も引用回数の大きい論文である．私も何度か重要な局面で使わせてもらったものである．

また自分の業績とは別に，泉氏は他の数学者の誤りを指摘することについても大変卓越している．私も一度，preprint を送って即座に間違っていると言われたことがあるし，コンファレンスで有名な人が講演した直後に質疑応答で反例を指摘したのを見たこともある．上述の Jones index が 4 の場合もこの一例である．その鋭い切れ味は恐ろしいほどである．

泉氏の業績の大きな特徴は，一般数学者ではとてもアクセスできないような困難な具体例を徹底的に調べつくすということである．これは subfactor 以外の業績についても共通して言えることでその剛腕ぶりは他に比べることがほとんどできないレベルのものである．Jones は不思議な subfactor の例について，「珍しい例が欲しくなったら唱える呪文が二つある．Haagerup, Izumi だ．」と最近語っていた．

2014 年に Banff で，2015 年に Oberwolfach で subfactor に関連した集会が開かれたが，どちらでも泉氏の上述の手法が大きな勢力を持っており，多くの若者がこの流れに参入し，また泉氏自身も最新の結果について講演していた．特に上述の，Cuntz 環の自己準同型で Haagerup subfactor を構成する手法はさまざまな方向に一般化され，大きく発展している．今後もこの方面の研究はますます盛んになっていくことだろう．