書評

無限の天才―夭逝の数学者・ラマヌジャン

ロバート・カニーゲル 著, 田中靖夫 訳 工作舎, 2016 年*

宮城教育大学教育学部 高瀬 幸一

Ramanujan と Hardy の物語は数学者なら誰でも知っている.

本書は Ramanujan の伝記である. 最近公開された映画 The man who knew infinity (邦題「奇蹟がくれた数式」) はタイトルもそのままに本書に基づいたものである.

Srinivasa Ramanujan (1887–1920) はインドに生まれ、正統的な高等教育を受けることなしに不可思議かつ驚嘆すべき数学的発見の数々をなし、それを英国の数学者 Godfrey H. Hardy (1877–1947) が見出して英国に招き、共同研究の成果は解析的整数論の画期となったが、病に倒れ夭逝した.

というのがそのあらすじである。療養中の Ramanujan を見舞った際に、「1729 番のタクシーに乗ったが、この番号はつまらないものだ」との Hardy の言に「それは非常に面白い数字だ、何故ならば二つの立方数の和として二通りに表せる最小の整数だから」と答えた、という逸話はあまりにも有名である 1 .

「あらゆる正の整数は彼の個人的な友達である」とは Littlewood の評であるが,Ramanujan の直感はおよそ人間の理解を超えたものがあった.と同時に,少なくとも渡英した時点では,Ramanujan は正確な意味で「証明」の概念を理解しておらず,実例と自らの直感が満たされればそれで良しとしたのである.片や Hardy はヨーロッパの知的伝統を体現し,evangelical atheist 2 と評される程の合理主義者である.そのような二人が出会ったらどのような化学反応が生ずるか,それだけで最早一つのドラマである.

本書の興味深い所は、それが単なる Ramanujan の伝記にとどまらず、Hardy の評伝を含んでいて、当時の英国の数学研究の雰囲気や、それに対する Hardy の立場が描かれていることである。Newton 以来の古式ゆかしき大学にあって、Hardy は一人の異端児あるいは反逆者だったのである 3 .

^{*}原著 Robert Kanigel 著, "The man who knew infinity: a life of the genius Ramanujan", Charles Scribner's Sons, 1991

 $^{^1}$ 1729 = $12^3+1^3=10^3+9^3$. Hardy は続けて四乗数の和の場合を尋ねているが,これにはしばらく考えて曰く「明らかな例は知らないが,最初の例は非常に大きいに違いない」. Euler による 635318657 = $158^4+59^4=134^4+133^4$ という例がある.

²これを福音主義的無神論者と訳したら言葉の冗談が過ぎるだろうか

³[2] にある Charles P. Snow による序文も合わせて読むと面白い.

Ramanujan の全集 [3] には Seshu Aiyar と Ramachaundra Rao による評伝と, Hardy による解説が収録されている ⁴. Hardy による解説が発展したものが [1] であるとする ならば, 本書は Seshu Aiyar と Ramachaundra Rao による評伝を発展させたものとも 言えるだろう. Ramanujan と Hardy を数学的側面から見るのならば, Ramanujan の結果に関する膨大な学術研究を除けば, [1] に止めをさすであろう. 本書は Ramanujan と Hardy の人間的側面に光を当てるものである.

Littlewood のように、Ramanujan が二百年程早く生まれていて Euler と出会っていたら、と空想するのは確かに楽しい.二人はきっと馬が合っただろうし、Euler を驚倒させていたかもしれない.そして何が起きていただろうか.二人は Gauss に先んじて楕円 関数を発見しただろうか.あるいは Riemann に先んじて $\pi(x)$ の明示公式に到達しただろうか.恐らくそうはならなかっただろう.何故なら,楕円関数は複素平面上の二重周期関数であり, $\pi(x)$ の微妙な振動項は Riemann ζ -関数の非自明な零点から生じる.要するに複素関数論が必須となる訳だが,Euler の時代には複素数を積極的に認識する土壌は無かったのだから 5.Euler といえども時代の子であって,大きな数学的潮流を完全に超越することはないのではなかろうか.それは分割数の精密な漸近展開公式を導いた円周法についても同様であって,楕円関数論に発するモジュラー形式論の或る程度の発展の上で初めて可能となる議論である.その意味では Ramanujan と Hardy は出会うべき時に出会ったともいえよう.

Ramanujan の物語は一つの悲劇として語られることも多い。本当に悲劇だったのだろうか。確かに認められず不遇の時期はあったであろう。或いは若くして死んでしまったことは悲劇的ではある。しかし Abel にしろ Galois にしろ不遇の時期はあったのだし、夭逝したことは同様である。Wierstrass ですら、長寿ではあったろうが、不遇の時期があったのではなかったか。本書を読むと、Ramanujan の周囲には多くの友人や支援者がいて、彼らの理解を超えた才能を世に出そうと様々の努力を惜しまなかったことが知れる。硬直した融通の利かない教育制度の犠牲者だと Hardy は言うが、一方で、王立協会と Trinity 学寮のフェローとして受け入れるだけの柔軟性も存在した。 Hardy との出会いは確かに幸運と呼ぶべきことだろうが、その様な幸運を可能とした良識と見識があったとも言えるのではないだろうか。それが凡そ百年前のインドや英国では可能であったのだ。今日の我が国に照らし合わせて若干の反省材料とする価値があるかもしれない。

唯一悲劇と呼ばれるべきことは、Hardy が言う如く、Ramanujan が数学者として成長する上で決定的な時期に正統な教育を受けられなかったことかもしれない。もしもその様な時期に正統な教育を受けていたら Ramanujan はどうなっていただろうか。Ramanujan をして Ramanujan たらしめたのは何だったのだろうか。多くの人々がそれを理解しようと試みてきた。Hardy の本 [1] は数学的成果を通して Ramanujan を理解しようとするものだろうし、本書は Ramanujan の人間的側面からの試みと言えるだろう。

元より一人の人間を理解することは至難のことである。 増してや Ramanujan にあっ

 $^{^4}$ 上記 1729 に関する逸話は Littlewood の評と共にここに記載されている.

 $^{^5{\}rm Hardy}$ [1] によれば Ramanujan は生涯の最後まで複素関数がどのようなものであるか明確に理解していなかった可能性がある

ては一種神秘のヴェールに包まれているのである。奇想は天外より来ると言うけれども、Ramanujan の奇想が依って来る天外を探ろうというのである。バラモンのカーストに生まれ、ヨーロッパ的論理とは無縁の精神世界に馴染んでいたことが、豊かな直観を生む土壌となったと本書は言う。あるいは Hardy のように Ramanujan の直感的洞察にはある種の必然性があったと論ずることもできよう。いずれにしても [1] の冒頭で Hardy が表明し、本書の最後にも引用されているように

一私は実に困難な課題を自らに課してしまった、もし失敗のあらゆる言い訳から始めようと決めていたらほとんど不可能なことと表現したであろう課題である一数学の近代史上最も小説的な人物について、何がしか筋の通った評価を行うのである.その経歴は逆説と矛盾に満ちているがごとくであり、我々が互いについて判断する際に慣れ親しんだ規範のほとんどおよばない人間、しかも、彼がある意味で非常に偉大な数学者であったという評価、この一点においてのみは我々皆が恐らく同意するであろう人間である.

というのが最も正直な出発点であろう。そこから先は各々 Ramanujan の生涯から何がしかの教訓を得られれば、それで良しとしたい。唯一つ心すべきは、Hardy の表現を借りれば、Ramanujan をして「何かわけの分からないものだ、東方の古の英知による何か神秘的な御告げだ」と騒ぎ立て、彼を「東洋の不思議、あるいは霊感を得た白痴、あるいは心理学的奇形」として描くこと、これは数学者として誠意を欠くことになるだろうということである。

本書では Ramanujan の数学についても伝えようと努力がなされているが、数学に馴染のない一般読者を相手にして、これは甚だ困難であると言わざるを得ない. むしろ Hardy の [1] に目を通して Ramanujan や Hardy の人間的な側面に興味をもった数学者が読む本としてお勧めしたい.

- [1] G.H.Hardy:Ramanujan; Twelve Lectures on Subjects Suggested by His Life and Work (Amer. Math. Soc. 2002, 邦訳; 「ラマヌジャン」(高瀬幸一訳, 丸善出版, 2016))
- [2] G.H.Hardy: A mathematician's apology (Cambridge Univ, Press 1990, 邦訳;「ある数学者の生涯と弁明」(柳生孝昭訳, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1994)
- [3] S.Ramanujan : Collected Papers (Cambridge Univ. Press (1927), Chelsea (1962), A.M.S (1999))