

橋本光靖氏「不変式論およびその可換環論への応用」

橋本光靖氏の研究の目的は、群が作用する可換環およびスキームに対してその不変式環や商の環論的性質を調べることであり、橋本氏はこの方面で非常に優れた研究を行っている。

Hilbert の研究以来、不変式論は可換環論における重要なテーマの一つである。橋本氏は、特に不変式環の有限生成性やそのシジジ、その特異点や双対定理等に関して深く研究しているが、研究業績の中で特に優れているものをあげると、

- 群（スキーム）が作用する状況でのねじれ逆像と双対性
- 行列式イデアル等のシジジ
- 正標数の場合の代数群の表現と可換環論を関連させる研究

であろう。以下これらに関して、簡単に解説する。

「群（スキーム）が作用する状況でのねじれ逆像と双対性」について、双対化複体や標準束を定める際、Grothendieck によるねじれ逆像の理論が必要である。群作用と双対性との関連を研究しようとすれば、同変なねじれ逆像が必要となってくる。橋本氏は、平坦かつ有限型の群スキーム G の作用を持つネータースキームの間の分離かつ有限型な G 射について、同変なねじれ逆像を構成することに成功した。通常のねじれ逆像の構成にはコンパクト化が使われるが、同変なコンパクト化をとることができないことが困難な点であった。そこで、橋本氏は同変層を G に付随する単体的スキームの部分図式上の層としてとらえ、スキームの図式についてのねじれ逆像の特別な場合としてこれを実現し、固有射の双対性を証明した。続いて橋本氏は大溪正浩氏との共同研究で群スキームの作用のもとで同変局所コホモロジーを論じており、局所双対性の同変版を証明した。これらは、以下のように豊かな応用を持つ。 G が体 k 上の線型簡約な群スキームで $X \rightarrow Y$ が G の作用による幾何学的商でアフィン射、 X が Cohen-Macaulay ネータースキームとすると、 Y も Cohen-Macaulay ネータースキームであることを示した。渡辺敬一氏は有限群 G の不変式環の Gorenstein 性を論じているが、橋本氏はこの結果を同変ねじれ逆像を用いて有限群スキームの作用の場合に一般化を行った。また、藏野和彦氏との共同研究で、同変ねじれ逆像を用いて Cox 環の標準層の記述を行った。

「行列式イデアル等のシジジ」について、橋本氏は研究生活のスタートで、行列式イデアル等のシジジについての研究を行い、顕著な業績をあげている。主な成果として、行列式イデアルの係数環によらない極小自由分解は、存在しないことを示したことが挙げられる。Koszul 複体、Eagon-Northcott 複体はある特殊なケースの行列式イデアルの係数環によらない極小自由分解であり、これらはホモロジー代数において“非常に使える”複体である。一般の行列式イデアルの係数環によらない極小自由分解が存在したなら、それもホモロジー代数において“非常に使える”複体であると期待されていた。多くの研究

者がその構成にチャレンジしていたのであるが、橋本氏の研究によってそれは不可能であることがわかった。これは、当時非常に衝撃的な結果であった。 $m \times n$ 行列には左右から GL_m と GL_n が作用し、determinantal ring への作用を誘導するが、橋本氏の手法は（標数一般での）一般線型群の表現論を用いたものである。また、対称行列の行列式イデアル、交代行列のパフィアンイデアルに関しても、標数一般での一般線型群の表現論を駆使してシジジの研究を行っている。

「正標数の場合の代数群の表現と可換環論を関連させる研究」について、 k を代数閉体、 G を k 上の代数群、 V を G の有限次元表現、 $S = \text{Sym } V$ を対称多元環とし、 $A = S^G$ を G の作用による S の不変式環とする。橋本氏は G が簡約群のときに A が高々有理特異点をもつという Boutot の定理の正標数版について研究を行っている。正標数では G が簡約群でも一般には A は Cohen-Macaulay ですが、橋本氏は S が良いフィルター付けを持つならば A は F 正則であることを示した（ F 正則は有理特異点の正標数版である F 有理より強い概念である）。のちに G の parabolic subgroup の unipotent radical による不変式環についても同じことがいえることを示している。これは、代数群の表現論と正標数の可換環論を不変式論を通して結びつける興味深い結果である。さらに、P. Symonds 氏との共同研究で、フロベニウス押し出しの分解の極限といえるものを考え、それを有限群の作用による不変式環について記述した。

このように橋本氏の研究は非常に重要で興味深いものであり、代数学賞にふさわしいものであるといえる。